

Documento de Trabajo 92-14  
Serie de Estadística y Econometría 6  
Diciembre 1992

Departamento de Estadística y Econometría  
Universidad Carlos III de Madrid  
Calle Madrid, 126  
28903 Getafe (España)  
Fax (341) 624-9849

## APROXIMACIÓN LINEAL POR TRAMOS A COMPORTAMIENTOS NO LINEALES: ESTIMACIÓN DE SEÑALES DE NIVEL Y CRECIMIENTO

Luis J. Alvarez, Juan C. Delrieu y Antoni Espasa\*

### Resumen

---

El objeto de este trabajo es el de llegar a disponer de un indicador firme del nivel y del perfil de crecimiento de una variable económica, cuando ésta pasa un período temporal específico en el que sufre los efectos de determinados acontecimientos especiales que truncan su tendencia. Lo anterior supone un comportamiento no lineal de naturaleza estocástica difícil de identificar, y para el que la aproximación del análisis de intervención no es buena. La alternativa propuesta es este trabajo es la modelización lineal por tramos. Tal modelización permite diseñar la estimación de la tendencia y el crecimiento subyacente de la variable en el período de cambio sin emplear filtros simétricos, que no son válidos para comportamientos no lineales. Esto se aplica a la serie mensual de importaciones no energéticas de la economía española que publica la Dirección General de Aduanas. Este trabajo acaba estudiando los efectos de tener o no en cuenta la solución que aquí se propone al trimestralizar la Cuenta Nacional de importaciones con una tendencia del indicador mensual de aduanas.

---

### Palabras clave

Tendencia; Crecimiento Subyacente; Análisis de Intervención; Interpolación; Importaciones; ARIMA.

\*Alvarez, Servicio de Estudios, Banco de España; Delrieu, Servicio de Estudios, Banco de España; Espasa, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad Carlos III de Madrid. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de C. Ballabriga, W. Bell, J.M. Bonilla, J.J. Dolado, N. Ericsson, E. Gordo, M. Ll. Matea, T. Sastre y M. Sebastián, así como las discusiones mantenidas en el XVI Simposio de Análisis Económico (Barcelona, 1991) y en el International Workshop on Seasonal Adjustment Methods and Diagnostics (Washington, 1992).

## INDICE

1.	INTRODUCCIÓN . . . . .	1
2.	DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE RUPTURA: APLICACIÓN Y RESULTADOS DEL PROCEDIMIENTO DE BOX Y TIAO . . . . .	5
3.	MODELIZACIÓN DEL CAMBIO MEDIANTE EL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN: PROBLEMAS SOBRE LA FUNCIÓN DE PREDICCIÓN . . . . .	8
4.	ANÁLISIS POR SUBMUESTRAS COMO APROXIMACIÓN A COMPORTAMIENTOS NO LINEALES . . . . .	11
5.	LA APROXIMACIÓN LINEAL POR TRAMOS . . . . .	13
5.1	Estimación de la evolución subyacente: solución al problema de desplazamiento . . . . .	14
5.2	Asignación correcta de fenómenos atípicos sobre el perfil de crecimiento . . . . .	16
6.	TRIMESTRALIZACIÓN DE LAS IMPORTACIONES NO ENERGÉTICAS . . . . .	20

### APENDICE

1.	Relación entre la inercia y la suma acumulada de residuos: El caso de un modelo de líneas aéreas . . . . .	23
2.	Procedimiento de Box y Tiao . . . . .	27

REFERENCIAS. . . . .	30
----------------------	----



## 1. INTRODUCCIÓN

El objeto de este trabajo es el de llegar a disponer de un indicador firme del nivel y del perfil de crecimiento de una variable económica, cuando ésta pasa un período temporal específico en el que sufre los efectos de determinados acontecimientos especiales que truncan su tendencia. Para ello es imprescindible disponer de modelos estadístico-econométricos capaces de aproximar el proceso generador de los datos, pues así se puede: (a) detectar el momento de la ruptura en caso de que exista, (b) contrastar si el cambio sufrido por el sistema es significativo, y (c) obtener pautas que modelicen el cambio, de manera que el modelo que incluya los nuevos esquemas se pueda utilizar para que sirva de base al cálculo de la tendencia y su crecimiento, así como para hacer predicciones.

Este comportamiento anormal de las series económicas se presenta con cierta frecuencia y se puede apreciar, por ejemplo, en la evolución reciente del PIB o en el índice de producción industrial de buena parte de los países industrializados (véase gráfico 1). Los fenómenos económicos sufren unos efectos especiales que modifican localmente en el tiempo su dependencia respecto al pasado, de manera que en el período afectado los modelos disponibles generan malas predicciones a corto y medio plazo. Este tipo de efectos tiene, fundamentalmente, relevancia local, por lo que la hipótesis de linealidad en una muestra relativamente amplia respecto al período de efectos especiales suele ser una aproximación aceptable. De ahí el uso universalizado actual de los modelos ARIMA. Sin embargo, a un nivel superior de precisión en la aproximación a la realidad, la hipótesis de una estructura no lineal suave, pero importante localmente, es más atractiva, especialmente cuando se está atravesando el período de comportamiento atípico y el analista tiene que diagnosticar sobre la evolución presente y futura de la variable.

Estos comportamientos irregulares, además de los problemas de predicción señalados, tienen implicaciones adicionales para la realización de análisis de coyuntura en dos aspectos destacables:

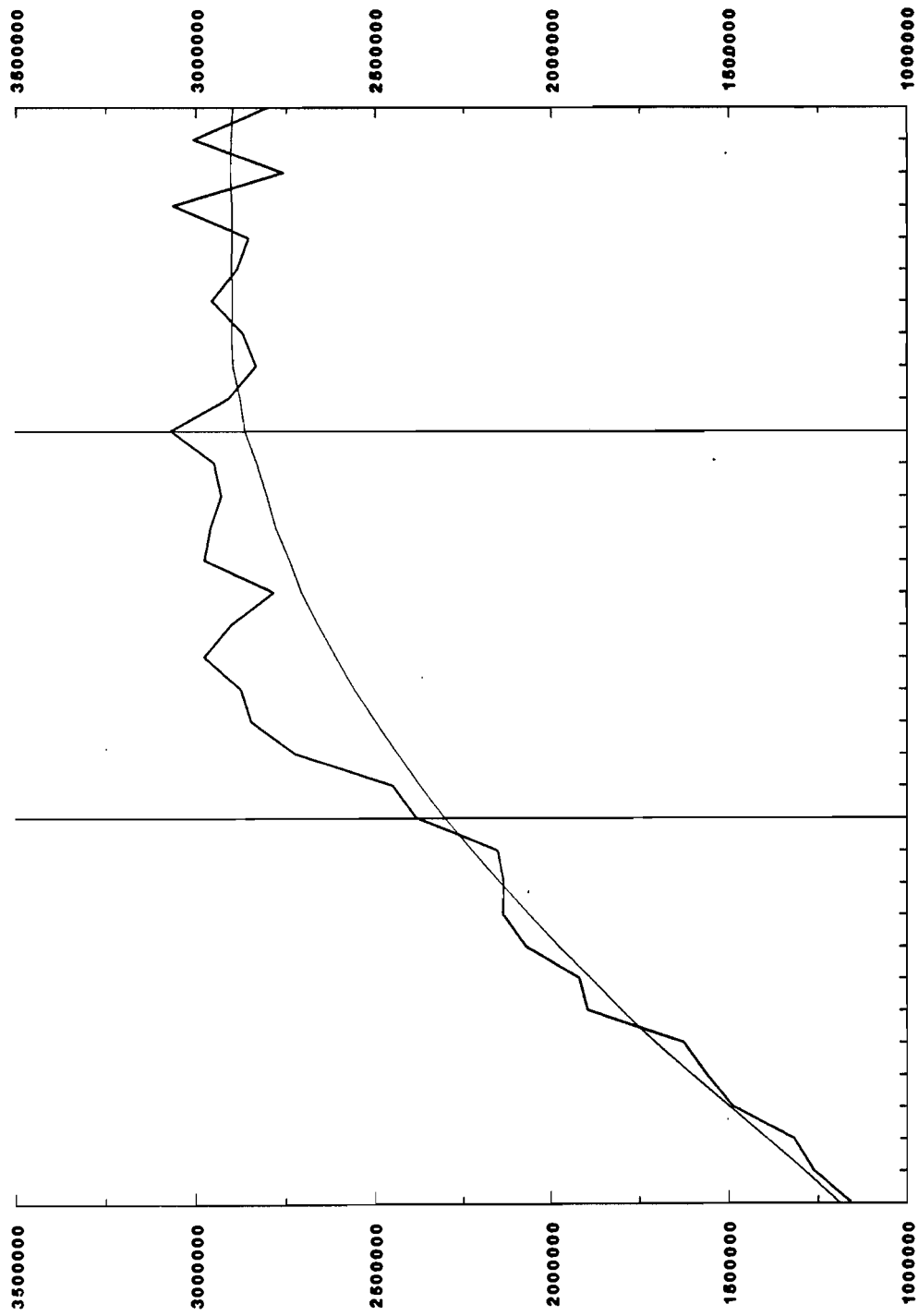


# SERIE SIMULADA CON RUPTURA

Gráfico 2

Serie original

Media móvil simple de 25 términos



a) Se presenta un problema en las señales de nivel de la serie (tendencias y series ajustadas), ya que, en general, los procedimientos de extracción de señales habituales, empíricistas o basados en modelos de forma reducida o estructurales, no son válidos y se necesitan procedimientos alternativos. Efectivamente, los procedimientos mencionados se basan en la aplicación de medias móviles simétricas de parámetros fijos, que encuentran una adecuada justificación teórica cuando la serie a la que se aplican viene generada por un modelo ARIMA<sup>(1)</sup>. Cuando la serie registra comportamientos no lineales, las medias móviles mencionadas carecen de justificación teórica y distorsionan el perfil de la señal estimada (véase gráfico 2).

b) Independientemente de lo anterior, los mencionados acontecimientos especiales afectan al perfil de crecimiento, recogido mediante tasas anuales, de la variable. En efecto: si se desea que los crecimientos anuales estén en fase con los mensuales<sup>(2)</sup>, el cálculo de medidas de crecimiento en tales momentos requiere estimar el impacto de estos acontecimientos especiales y adjudicarlo adecuadamente a la señal de crecimiento utilizada, pues, de lo contrario, una tasa anual centrada tenderá a suavizar y a desplazar hacia períodos anteriores los efectos de la ruptura, y una tasa anual no centrada desfazará, en períodos de evolución estable, la tasa anual respecto a la mensual (véase gráfico 3).

Las alternativas para incorporar a la modelización univariante los efectos atípicos que sufre una variable en los períodos especiales mencionados son, básicamente, dos. Una de ellas consiste en la aplicación del análisis de intervención. Esta solución es sencilla, y, con frecuencia, constituye una aproximación que da buenos ajustes muestrales. Sin embargo, puesto que dicho análisis considera que los efectos especiales son de naturaleza determinística, se introduce un elemento determinístico en la función de predicción, que repercute negativamente en las

---

<sup>(1)</sup> Véase, por ejemplo, Cleveland y Tiao (1976), Hillmer y Tiao (1982), Burridge y Wallis (1984) o Maravall (1988).

<sup>(2)</sup> Véase Espasa y Cancelo (1992), capítulo 5.

previsiones a medio plazo cuando la hipótesis sobre la que se basa el análisis de intervención no es del todo correcta.

La segunda alternativa consiste en formular modelos univariantes no lineales. Los modelos no lineales más usados pueden verse como modelos con parámetros variables y viceversa. Con dichos modelos se suelen obtener sobre ajustes muestrales que luego son poco útiles para predecir. En efecto: el empleo de los modelos con parámetros variables en la predicción implica que hay que predecir también cómo cambia el parámetro.

A pesar de lo anterior, los modelos no lineales son teóricamente los adecuados para captar situaciones en las que una serie temporal sufre un determinado acontecimiento con efectos estocásticos. En otras palabras, los modelos no lineales pueden ser útiles para diferenciar regímenes distintos. No obstante, dada la complejidad del enfoque no lineal<sup>(3)</sup>, en este trabajo se propone modelizar la correspondiente serie temporal mediante aproximaciones lineales por tramos. Con ello, y a falta de conocimiento específico sobre la naturaleza no lineal de los datos, se consigue contaminar lo menos posible un régimen con la información correspondiente a otro. Esto no sólo puede ser útil para la predicción, sino que proporciona, en la práctica, una pauta precisa para evitar señales contaminadas por la mezcla de información correspondiente a regímenes distintos.

Si se supone que el factor que causa la ruptura no mantiene un esquema determinístico, como parece más adecuado, el proceso estocástico no lineal generador de los datos de la serie establece, con anterioridad al punto de ruptura, una dependencia del presente respecto al pasado, distinta de la dependencia que se da en los períodos inmediatamente posteriores a la ruptura, y no existe una transformación de los datos de carácter determinista que los iguale. Ahora bien: en la medida en que la serie temporal continúa siendo generada por un conjunto más o menos

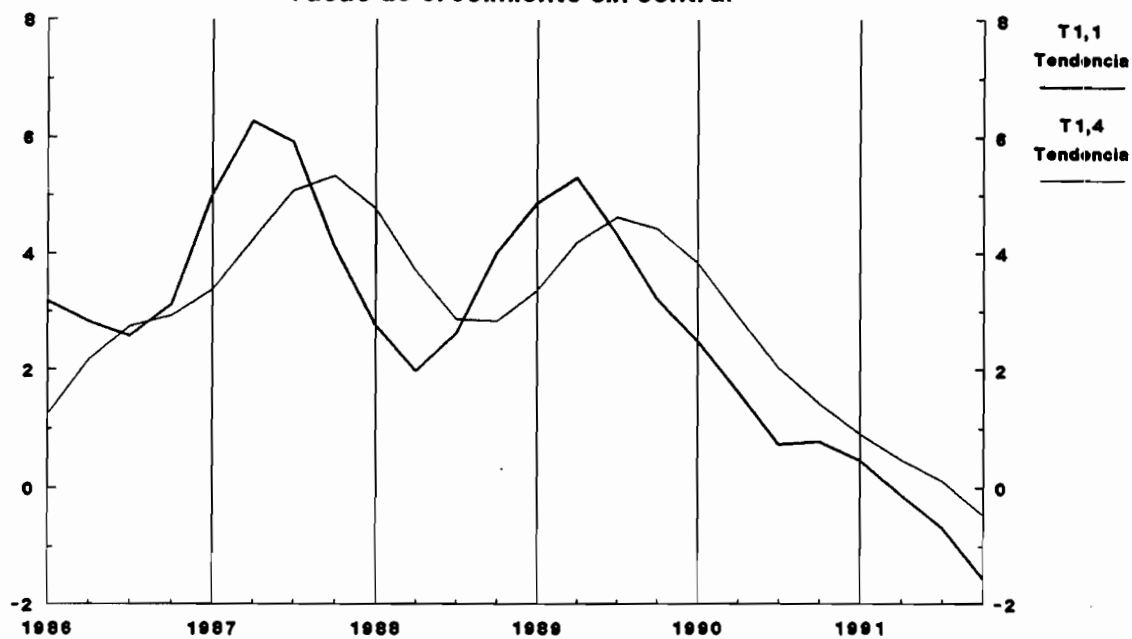
---

<sup>(3)</sup> Esta complejidad, sin embargo, no impide que se hayan producido importantes avances, especialmente en los aspectos teóricos. Véase Tong (1983), Priestley (1988), Tong (1990) y Granger y Teräsvirta (1992).



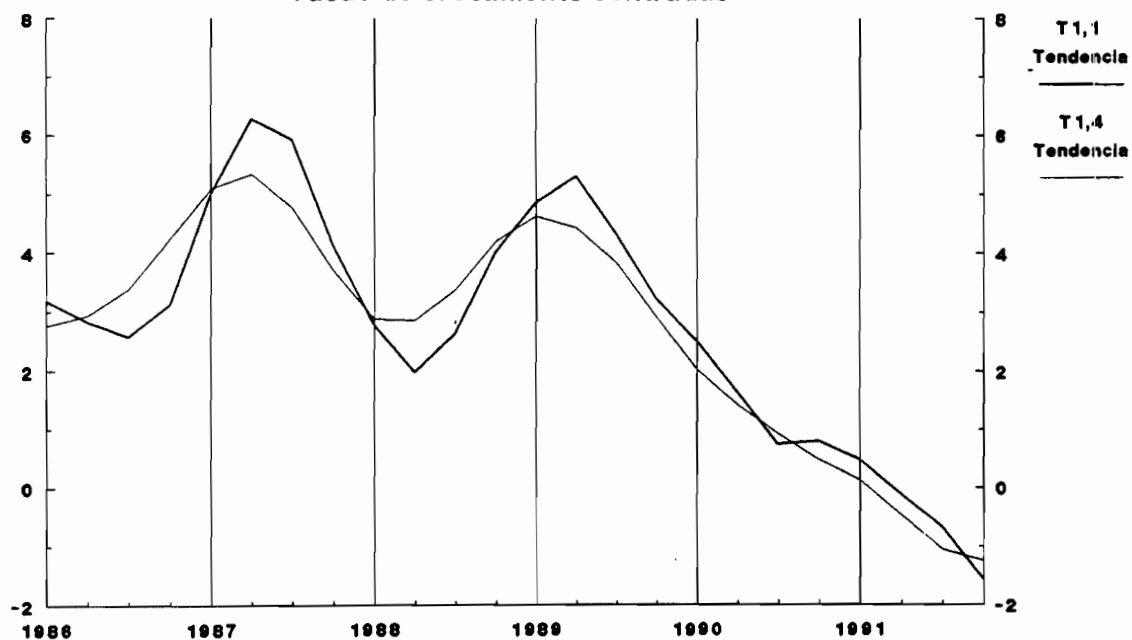
**OCUPADOS TOTAL ECONOMIA**  
**Tasas de crecimiento sin centrar**

**Gráfico 3 a**



**OCUPADOS TOTAL ECONOMIA**  
**Tasas de crecimiento centradas**

**Gráfico 3 b**



el procedimiento propuesto por Box y Tiao (1976) para contrastar el ajuste entre predicción y realidad.

## **2. DETERMINACIÓN DEL PUNTO DE RUPTURA: APLICACIÓN Y RESULTADOS DEL PROCEDIMIENTO DE BOX Y TIAO**

El análisis de la economía española en 1989 muestra que todo un conjunto de causas, entre las que destacan ciertas medidas económicas que vinieron a reforzar el mantenimiento de una política monetaria restrictiva desde el otoño de 1988 y que precedieron a un período de recesión económica internacional, indujo una moderación en el ritmo de crecimiento de la economía. En particular, en lo que al comercio exterior se refiere, pareció que estas medidas tuvieron un efecto importante sobre el total de las importaciones no energéticas, que es la variable en la que vamos a centrar el resto del trabajo.

En esta situación, es importante determinar el punto de ruptura, pues, en su mayoría, los contrastes estadísticos de estabilidad, así como las soluciones que se van a proponer en el artículo, están ligados a ese punto. Téngase en cuenta, además, que los contrastes estadísticos de estabilidad parten del supuesto de que el momento del cambio es conocido. Por ello, a continuación se muestra cuál puede ser la estimación más adecuada del momento del cambio. A priori, podría esperarse que, para la serie en cuestión, la fecha más adecuada se sitúe entre septiembre y octubre de 1989, ya que las recomendaciones para limitar el crecimiento del crédito al sector privado fueran comunicadas a las entidades bancarias en los últimos días del mes de julio, de manera que, probablemente, hasta septiembre éstas no pudieron adoptar decisiones de ajuste. Sin embargo, resultados estadísticos como los que se proponen a continuación sugieren que el momento de ruptura pudo haberse situado antes.

Teniendo en cuenta que el punto de partida es el modelo ARIMA univariante para las importaciones no energéticas, conviene, en primer lugar, analizar los residuos que se derivan al estimar el modelo con la muestra hasta diciembre de 1990 (en la columna 1 del cuadro 1, se presentan los resultados de dicha estimación). Así, en el gráfico 4, se

amplio de factores causales comunes en ambos regímenes, también estocásticos, el efecto del factor de ruptura será limitado, y la serie observada a partir del punto de cambio continuará teniendo grandes similitudes con la serie anterior a este punto. Así, si se pretendiera estimar modelos diferentes para cada régimen, éstos no serían radicalmente distintos.

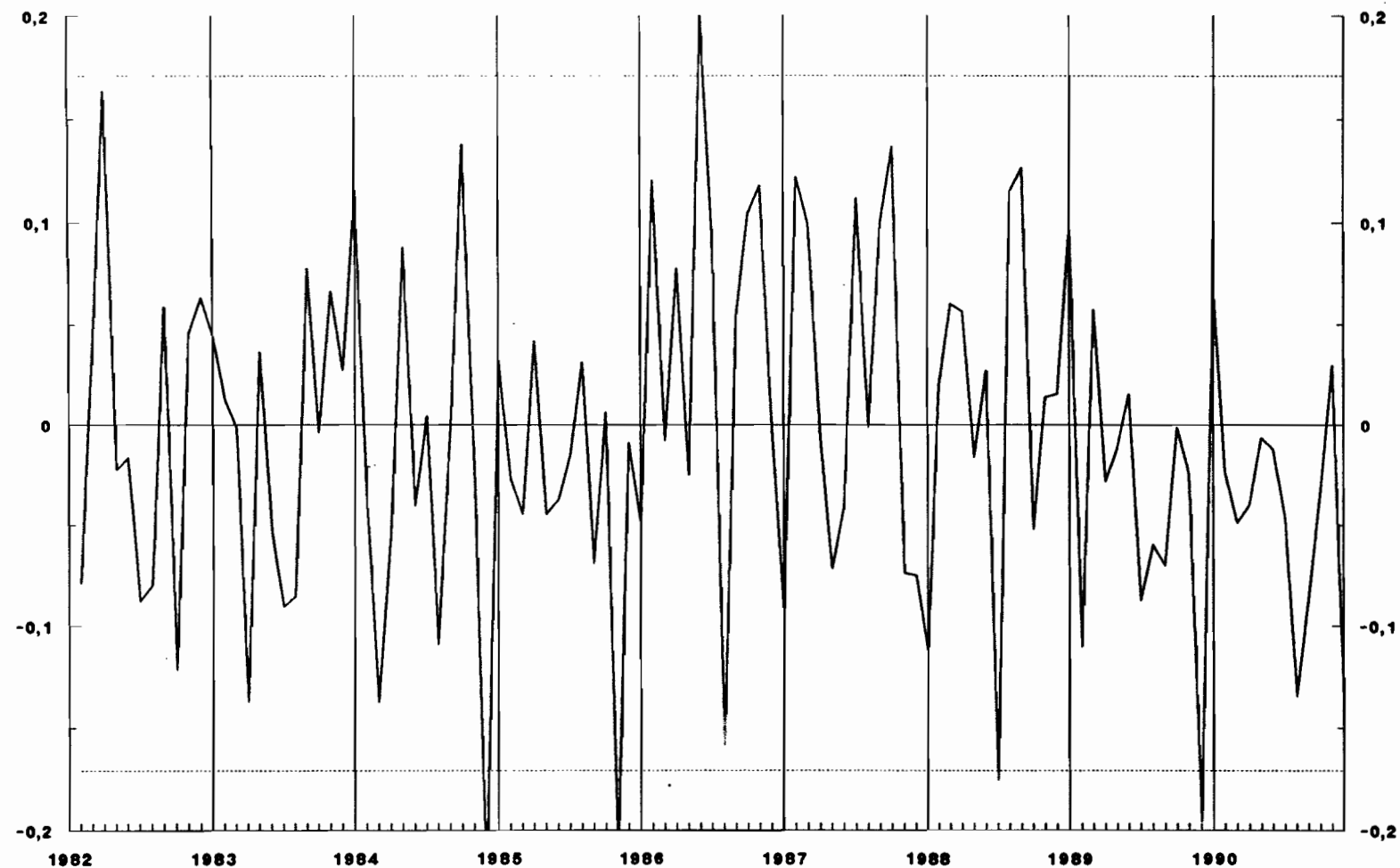
Los efectos del factor de ruptura consistirán, fundamentalmente, en modificar, en el período inmediatamente posterior al cambio, la relación de los valores de la variable con las innovaciones pasadas. Es decir, la hipótesis que subyace en esta forma de concebir las rupturas que muestran las series económicas es la de que, con tales truncamientos, no se destruye sólo el esquema de diferencias finitas estocásticas que regula la generación del proceso, sino que también provoca un cambio en el modo de obtener condiciones iniciales a partir de las cuales se va a generar el proceso, una vez que se ha producido la ruptura.

Con el objeto de desarrollar esta idea, el trabajo analiza con profundidad la serie temporal de importaciones no energéticas españolas y está compuesto por seis epígrafes. En el segundo, se aporta evidencia empírica acerca del punto de ruptura que ha condicionado el análisis de las importaciones españolas no energéticas. En el epígrafe tres, se destacan las ventajas e inconvenientes que supone el tratamiento de dichos efectos a partir de una tendencia lineal determinista. Alternativamente, en el cuarto, se argumenta el comportamiento no lineal que ha caracterizado a esta variable desde hace unos años, aunque una aproximación lineal por tramos puede ser una manera razonable de abordar esta evolución. Con esta perspectiva, en el epígrafe cinco se ofrecen las soluciones que se consideran más apropiadas para disponer de un indicador firme del nivel y del perfil de crecimiento de una variable económica que ha sufrido un cambio brusco en su evolución, y se aplica a la serie mensual de importaciones no energéticas. En el siguiente epígrafe, se utiliza este indicador de importaciones para conseguir una trimestralización de las correspondientes cifras anuales de la Contabilidad Nacional. Por último, se incluyen dos apéndices en los que se muestra la relación entre la tendencia contemporánea y la suma acumulada de residuos, y se resume

# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS

Residuos del modelo (1) del cuadro 1

Grafico 4



CUADRO 1

ESTIMACIONES DEL MODELO UNIVARIANTE $\Delta\Delta_{1,t}X_t - \Delta\Delta_{1,t}A_{1,t} = W_0\Delta\Delta_{1,t}T89079012_t + (1-\theta_1L)(1-\theta_{12}L^{12})a_t$ (*)					
		MODELO MUESTRA EN-81/DIC-90 (1)	MODELO CON TEND.DET. MUES.EN-81/DIC-90(2)	MODELO MUESTRA EN-81/JUN-89 (3)	ESTIM. DE $\eta_t = (1-\theta_1^2)a_t$  MUES. JUL-89/DIC-90(4)
	Tendencia: $W_0$	-	-0,0161 (-3,23)	-	-
	$\theta_1$	0,7357 (10,66)	0,8158 (14,51)	0,8029 (12,56)	0,5952 (2,97)
	$\theta_{12}$	0,5689 (7,02)	0,5962 (7,64)	0,6589 (8,01)	-
	$\sigma_a \times 100$	8,6%	8,27%	8,47%	8,18%
	Q(12)	10,9	9,3	9,1	
	Media resid.	NO SIGNIF.	NO SIGNIF.	NO SIGNIF.	
	Estadístico $\chi^2_{1,9}$			21,186	
RESIDUOS MUESTRALES O ERRORES DE PREDICCIÓN CON UN PERIODO DE ANTELACION JUL-89/DIC-90					
	Media	-0,052	-0,0057	-0,063	-0,036
	Desv. típica media	0,0157	0,016184	0,0155	0,017
	Estadístico t. media	-3,34	-0,35	-4,06	-2,055
	Desv. Tip. residuos	6,7%	6,96%	6,66%	7,4%
	Media del valor absoluto de residuos	0,066	0,052	0,072	0,061
	Suma de res. al cuadrado	0,125	0,081	0,152	0,116

(\*) Al ser un conjunto de variables artificiales en T89079012 es una variable de tendencia lineal truncada que empieza a tomar valores distintos de cero en julio de 1989.

# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS

Suma acumulada de residuos

Gráfico 5



aprecia que los residuos muestran un conjunto de dieciséis valores negativos desde julio de 1989 al final de la muestra, con una media significativamente distinta de cero. El estadístico  $t$  de dicha media alcanza un valor de  $-3,3$ . La probabilidad de que este suceso se repita, en el supuesto de normalidad, es el  $0,065\%$ , lo que implica que el proceso estocástico lineal que generaba la serie de importaciones ha dejado, localmente, de estar respaldado por los datos. No obstante, conviene señalar que existen dos errores de mayor magnitud que los restantes, en los meses de diciembre de 1989 y 1990, que podrían deberse a determinadas anomalías, asociadas, quizás, a un efecto de retraso en las compras por parte de los importadores, como consecuencia del descenso de los aranceles establecidos al comienzo de cada año. Los residuos de la serie no se han corregido de estos efectos, porque no son significativos según los criterios estadísticos habituales.

Al mismo tiempo, si se admite que los residuos están distribuidos idéntica e independientemente con media cero y varianza constante, Brown, Durbin y Evans (1975) proponen la suma acumulada de los residuos para contrastar si existe un cambio estructural en el modelo, en la hipótesis nula de constancia en los parámetros. En el gráfico 5, se presentan los resultados, y de nuevo se aprecia que en julio de 1989 existe un punto de inflexión, sugiriendo, de esta manera, una alteración de las propiedades estocásticas de la serie que se estudia.

Otra forma de confirmar si la serie mantiene una evolución estable o está sujeta a variaciones importantes se deriva al analizar la tasa centrada sobre la tendencia contemporánea<sup>(4)</sup>. Así, en el gráfico 6, se observa que la serie de tasas centradas contemporáneas refleja un descenso a partir de julio de 1989, con lo que se llega a la misma conclusión que al analizar la suma acumulada de residuos (en el apéndice 1, se demuestra la relación entre este estadístico y el crecimiento de la tendencia contemporánea).

---

<sup>(4)</sup> Véase Box y Pierce (1981) y Box, Pierce y Newbold (1987) para el desarrollo de este concepto. Una utilización del mismo se propone en Espasa et al (1987) y Espasa (1990).

La evidencia mostrada por este análisis de residuos y crecimientos tendenciales contemporáneos sugiere la inclusión de alguna corrección que tenga en cuenta dicha alteración. Ciñéndonos a correcciones deterministas de tipo escalón o tendencial y experimentando con fechas diferentes, en el segundo semestre de 1989, para el comienzo de la intervención, se concluye que la especificación que proporciona mejores resultados, en términos de ajuste, es la que incorpora una rampa lineal a lo largo del período comprendido entre julio de 1989 y diciembre de 1990 (véase columna 2 del cuadro 1). Este resultado refuerza la idea de que el origen de la ruptura se sitúa a comienzos del segundo semestre de 1989.

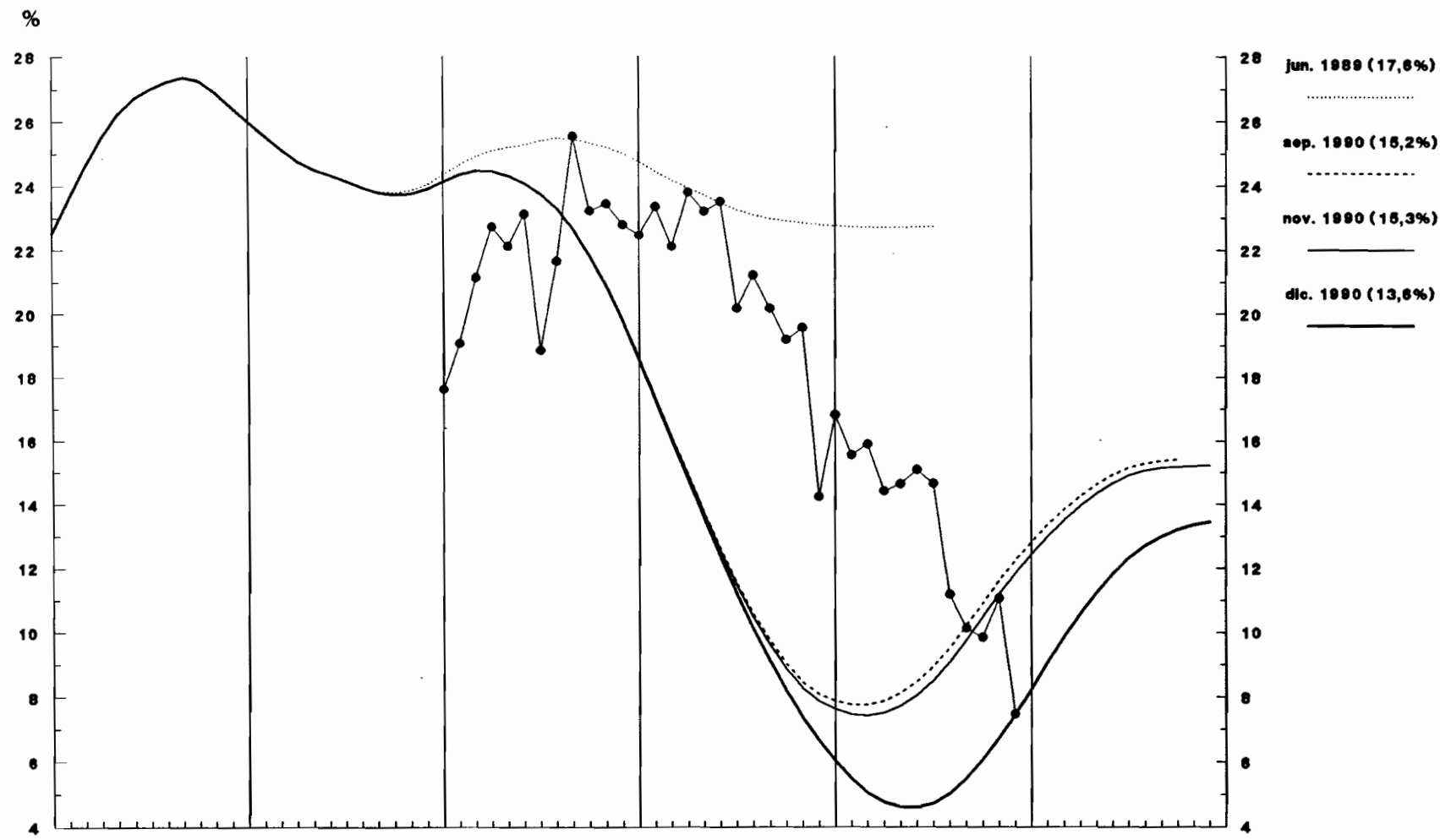
Si se estima el modelo univariante con la muestra enero 1981-junio 1989 (véase la columna 3 del cuadro 1 para apreciar las diferencias más notables respecto a las estimaciones anteriores) y se realiza, cada mes, a partir de junio de 1989 hasta noviembre de 1990, la predicción del mes siguiente, se tiene que la suma de cuadrados de los correspondientes errores de predicción normalizada por la varianza residual del período muestral de la estimación toma el valor de 21,19. En la hipótesis nula de ausencia de ruptura, este estadístico sigue una distribución  $\chi_m^2$ , siendo  $m$  el número de predicciones efectuadas. Teniendo en cuenta que el valor de la  $\chi^2$  con 18 grados de libertad al 90% de confianza es 25,99, se puede concluir que en la varianza de los errores no se detecta un problema de mala especificación del modelo.

No obstante, siguiendo a Box y Tiao (1976), se puede descomponer este estadístico en elementos asociados a factores que justificaran un posible cambio sufrido por el sistema y valoraran la contribución de cada uno de estos factores en las discrepancias entre la predicción y la realidad. Este procedimiento no sólo ayuda a determinar las modificaciones que se deben emprender en el modelo, sino que la potencia del contraste aumenta respecto a la del contraste global acerca de ausencia de ruptura, pues las hipótesis alternativas son más específicas. La idea básica de este procedimiento consiste en hacer una regresión de los errores de predicción considerados en el contraste del párrafo anterior sobre la posible variación teórica que se produciría en los mismos, como consecuencia de cambios en los parámetros del modelo y/o



**CAMBIO DE PERSPECTIVAS EN LA TASA DE CRECIMIENTO**  
**Importaciones totales no energéticas**

**Gráfico 6**



CUADRO 2

COEFICIENTES ESTIMADOS AL TRATAR DE DETERMINAR CAMBIOS EN LOS PARAMETROS (Método Box-Tiao (1976)) VARIABLES EXPLICATIVAS				
	Variación en el parámetro $\theta_1$	Variación en el parámetro $\theta_{12}$	Tendencia lineal a partir de julio de 1989	
1	0,22 (2,69)	--	--	$R^2 = 0,30$
2	--	0,20 (1,05)	--	$R^2 = 0,06$
3	--	--	-0,01598 (-3,60)	$R^2 = 0,43$
4	0,22 (2,70)	0,20 (1,19)	--	$R^2 = 0,36$
5	-0,23 (-1,08)	--	-0,02853 (-2,29)	$R^2 = 0,47$
6	--	0,21 (1,44)	-0,01606 (-3,73)	$R^2 = 0,50$
7	-0,25 (-1,23)	0,22 (1,55)	-0,02985 (-2,49)	$R^2 = 0,54$

Nota: Estadístico t entre paréntesis.

sobre determinadas variables artificiales potencialmente explicativas (véase el apéndice 2 para un desarrollo de estas ideas).

Los resultados de las descomposiciones aplicadas al estadístico  $\chi_m^2$  se exponen a continuación. En el cuadro 2, aparecen las regresiones que se han efectuado de los residuos de las importaciones no energéticas, suponiendo que el modelo válido antes del punto de ruptura,  $t^*$  (julio de 1989), sigue siendo estable, y, en el cuadro 3, se realizan las descomposiciones del estadístico  $\chi_m^2$  correspondientes a diferentes regresiones efectuadas. De las mismas se deduce que:

- Todas las regresiones son unánimes al presentar una estimación no significativa del posible cambio en el parámetro  $\Theta_{12}$ .
- La tendencia determinística lineal y la posible variación del parámetro  $\Theta_1$  contribuyen significativamente a la discrepancia entre predicción y realidad.

El contraste global sobre estabilidad postmuestreal a partir de julio de 1989, utilizando el estadístico  $\chi^2$  mencionado, no rechazaba tal hipótesis nula, pero las regresiones sobre posibles factores explicativos para los residuos de ese período indican que tanto un efecto determinístico tendencial como un cambio en el parámetro  $\Theta_1$  ayudan a explicar el comportamiento de los residuos. Estos resultados, junto con el referido a la media residual en la última parte de la muestra, constituyen una evidencia determinante de que el modelo inicial no está correctamente especificado.

### **3. MODELIZACIÓN DEL CAMBIO MEDIANTE EL ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN: PROBLEMAS SOBRE LA FUNCIÓN DE PREDICCIÓN**

Habiendo detectado la existencia de un punto de ruptura y disponiendo de información exógena en el mismo sentido, el problema puede enfocarse, inicialmente, como búsqueda del modelo ARIMA con análisis de intervención que mejor se ajuste a los datos. Esta solución

vendría sugerida por las regresiones de la sección anterior y es la que se estudia en este epígrafe.

La evolución mostrada por la serie original, así como el comportamiento de los residuos durante la última parte de la muestra, refleja que un esquema determinístico representado por una tendencia podría resolver el problema que nos ocupa. De hecho, como ya se ha señalado, entre todas las especificaciones determinísticas que se han manejado, la que proporciona un mejor ajuste es la que incorpora una tendencia determinista truncada (rampa) durante el período de julio de 1989 a diciembre de 1990.

Así, si se estima un modelo ARIMA utilizando el período muestral que abarca desde enero de 1981 a diciembre de 1990 con una tendencia truncada para el intervalo de tiempo referido, se obtienen, para este intervalo, unos residuos (véase gráfico 7) que sugieren que el problema de ruptura en la serie queda aparentemente resuelto. Además, si se adopta el tratamiento propuesto por Hillmer, Bell y Tiao (1983), y se estima la tendencia basándose en este modelo con intervención, ésta recoge con exactitud el punto de ruptura y se ajusta a la nueva evolución.

Sin embargo, esta rampa determinística recogida en el análisis de intervención se incorpora en la función de predicción, afectando a la evolución futura estimada de la serie temporal. En concreto, durante el período correspondiente a la rampa, el crecimiento a medio plazo de la función de predicción tiende a estabilizarse en un valor similar al que tenía en el momento anterior a la intervención, con independencia del punto en que nos situemos. Evidentemente, cuando el acontecimiento atípico está situado en algún punto suficientemente alejado del final del período muestral, el análisis de intervención de tipo rampa no tendrá apenas repercusiones sobre la función de predicción, por lo que, en estos casos, puede ser una alternativa razonable para corregir la serie de dichos acontecimientos.

Ahora bien: cuando la evolución irregular aparece al final de la muestra, los resultados que se derivan al utilizar elementos deterministas son insatisfactorios por cuanto impiden hacer, a medida que llegan nuevos

ANÁLISIS DE  $\chi^2$  MOSTRANDO LA CONTRIBUCIÓN  
DE LAS POSIBLES DISCREPANCIAS

1	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Cambio en $\theta_1$	1	6,27
	Resto	<u>17</u>	<u>14,92</u>
	Total	18	21,19

2	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Cambio en $\theta_{12}$	1	1,25
	Resto	<u>17</u>	<u>19,94</u>
	Total	18	21,19

3	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Tendencia	1	9,20
	Resto	<u>17</u>	<u>11,99</u>
	Total	18	21,19

4	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Cambio en $\theta_1$	1	6,27
	Cambio en $\theta_{12}$	1	1,25
	Resto	<u>16</u>	<u>13,67</u>
	Total	18	21,19

5	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Cambio en $\theta_1$	1	6,27
	Tendencia	1	3,62
	Resto	<u>16</u>	<u>11,30</u>
	Total	18	21,19

6	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Cambio en $\theta_{12}$	1	1,25
	Tendencia	1	9,20
	Resto	<u>16</u>	<u>10,74</u>
	Total	18	21,19

7	Fuente	Grados de libertad	$\chi^2$
	Cambio en $\theta_1$	1	6,27
	Cambio en $\theta_{12}$	1	1,25
	Tendencia	1	4,04
	Resto	<u>15</u>	<u>9,63</u>
	Total	18	21,19

datos, una valoración de la influencia de la información reciente en las expectativas de crecimiento a medio plazo. En efecto: el análisis de intervención con una tendencia truncada supone que la serie registra una cierta recesión, pero ésta es meramente pasajera y no debilita en ningún momento el crecimiento a medio plazo de la serie original. En el gráfico 8, se aprecia que el crecimiento a medio plazo que se estima tras el truncamiento de la rampa (2,25%) es similar a la tasa de crecimiento que esta variable registró, inmediatamente antes de la ruptura.

Por otro lado, este análisis de intervención tiene el problema adicional de que necesita determinar el período afectado por la tendencia determinista. Obsérvese que la consideración de que la tendencia negativa debe truncarse cuando el motivo que justificó su introducción deje de influir, en el caso particular de las importaciones no es un criterio claro, ya que una medida implementada en un período determinado puede tener efectos más prolongados, así como una duración incierta. Por tanto, no está claro que la desaparición de las restricciones crediticias en enero de 1991 sea un motivo suficiente para que la tendencia deba truncarse en ese momento. De hecho, los datos que se recibieron durante el primer trimestre de 1991 mostraron un comportamiento similar a los registrados durante 1990, lo que induciría a prolongar la influencia de la tendencia en 1991.

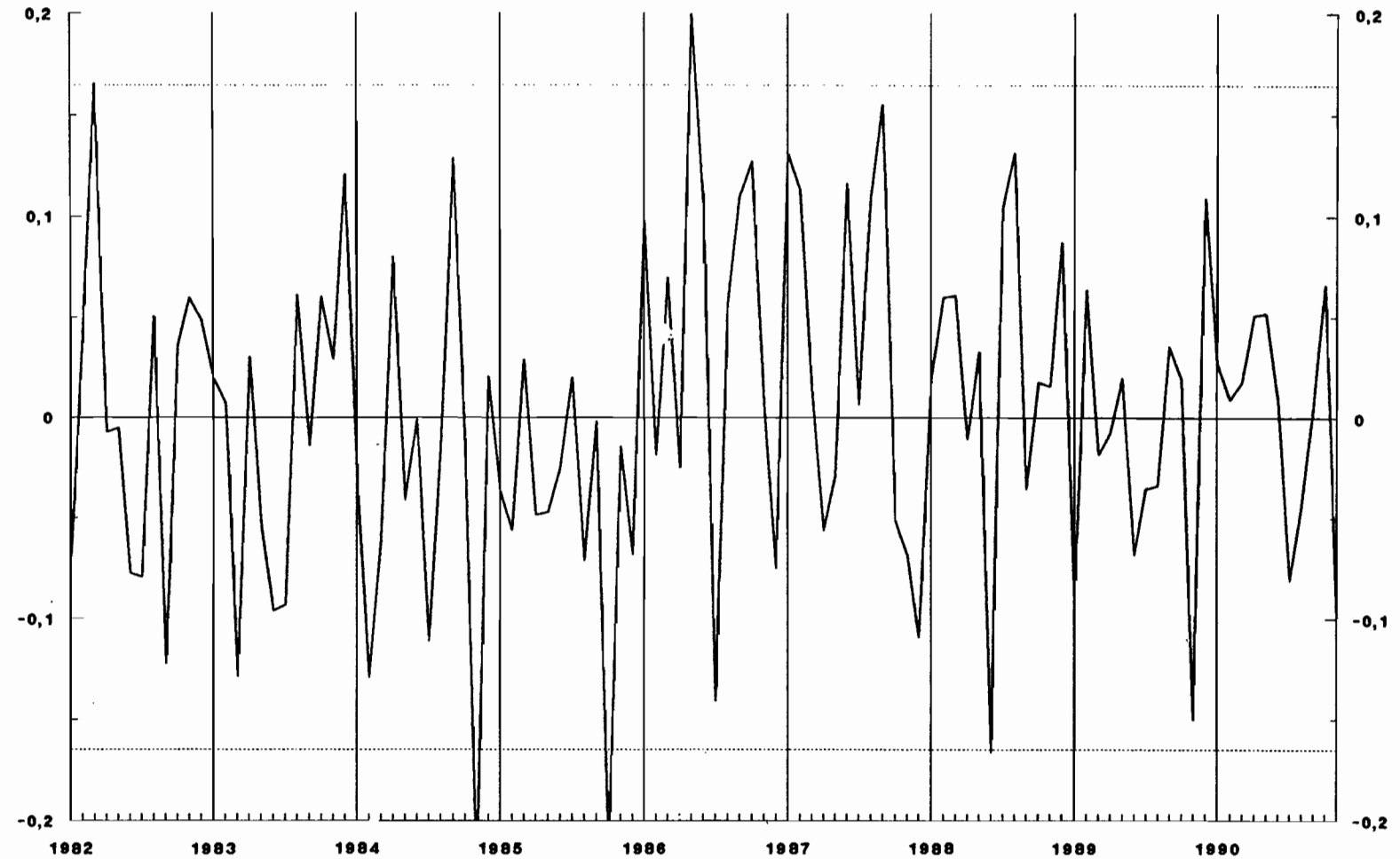
Ante esta incertidumbre, podría plantearse la especificación de una tendencia lineal sin truncamiento. Esto implicaría que en el futuro la tendencia total de la serie tendría para siempre un componente determinístico importante. En el caso particular de las importaciones no energéticas, si se admite este supuesto, se obtiene que, durante el período estudiado -desde julio de 1989 a diciembre de 1990-, las expectativas de crecimiento a medio plazo de la serie se mantienen constantes en un valor próximo a cero. Es decir, la intervención, en este caso, modifica muy drásticamente el crecimiento a medio plazo y tampoco parece constituir una hipótesis aceptable.

En este sentido, es conveniente disponer de una solución que aborde el hecho de que el modelo univariante deje de producir

# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS

Gráfico 7

Residuos del modelo (2) del cuadro 1



predicciones sesgadas a partir del punto de ruptura, sin necesidad de introducir componentes deterministas.

#### **4. ANÁLISIS POR SUBMUESTRAS COMO APROXIMACIÓN A COMPORTAMIENTOS NO LINEALES**

El análisis de intervención aplicado en la sección anterior supone que un factor exógeno que aparece en un momento determinado,  $t^*$ , tiene un efecto sobre la evolución futura de la serie,  $X_t$ , bajo un esquema determinístico, pudiendo afectar de forma transitoria (tendencia determinista truncada) o permanente (tendencia determinista libre) al crecimiento de dicha serie. En los dos casos, las predicciones a corto y medio plazo están sesgadas, es decir, ambas hipótesis son inaceptables si el efecto del factor exógeno que opera a partir del punto de ruptura es estocástico. En este caso, podría admitirse que los datos vienen generados por un modelo univariante no lineal. La alternativa que se propone en este artículo implica el análisis de ambas submuestras, con anterioridad y posterioridad al momento del cambio, separadamente, tratando de aproximarla mediante esquemas lineales por tramos, a un modelo no lineal.

Esta propuesta puede tener ventajas sobre la de pretender identificar y estimar un modelo no lineal específico, ya que los resultados obtenidos bajo formulaciones no lineales adhoc, no son necesariamente mejores que los obtenidos por el procedimiento que se desarrollará en este epígrafe. Además, en la práctica, se observa que es difícil rechazar la hipótesis nula de linealidad frente a una hipótesis alternativa general de no linealidad<sup>(5)</sup>. Por otra parte, los modelos no lineales que más se han desarrollado suelen referirse a procesos autorregresivos (véase Tong (1983) y (1990)) y sin oscilaciones estacionales. Por todo esto, el hecho de trabajar con el supuesto de procesos lineales por tramos no sólo es más simple que el uso de modelos no lineales, sino que incluso puede ser más flexible.

---

<sup>(5)</sup> De hecho, al someter los datos al contraste del correlograma de los residuos al cuadrado de un modelo lineal -véase, por ejemplo, Maravall (1983)-, no se puede rechazar la hipótesis nula de linealidad.



# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS

Gráfico 8

Crecimiento subyacente

Análisis de Intervención

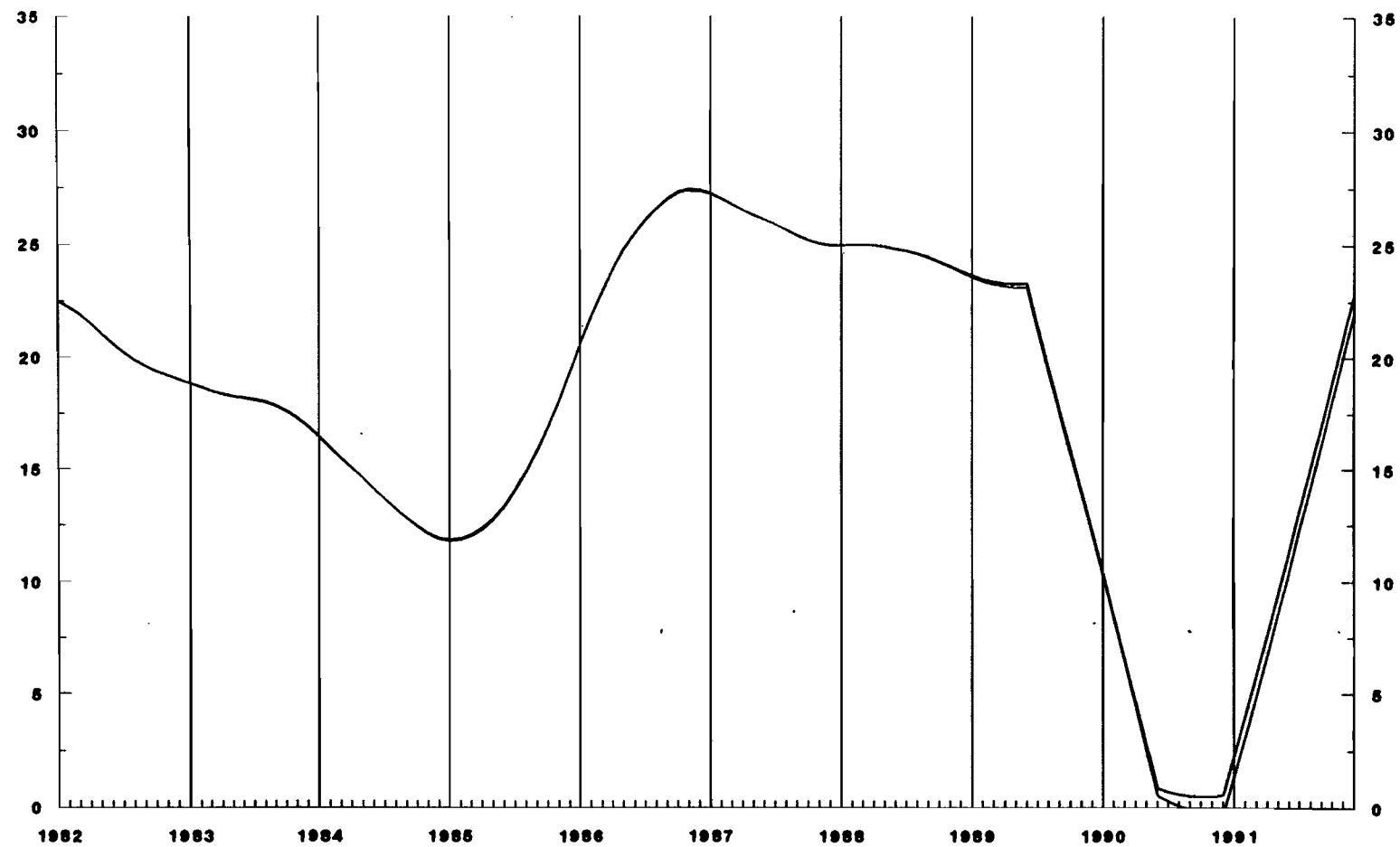
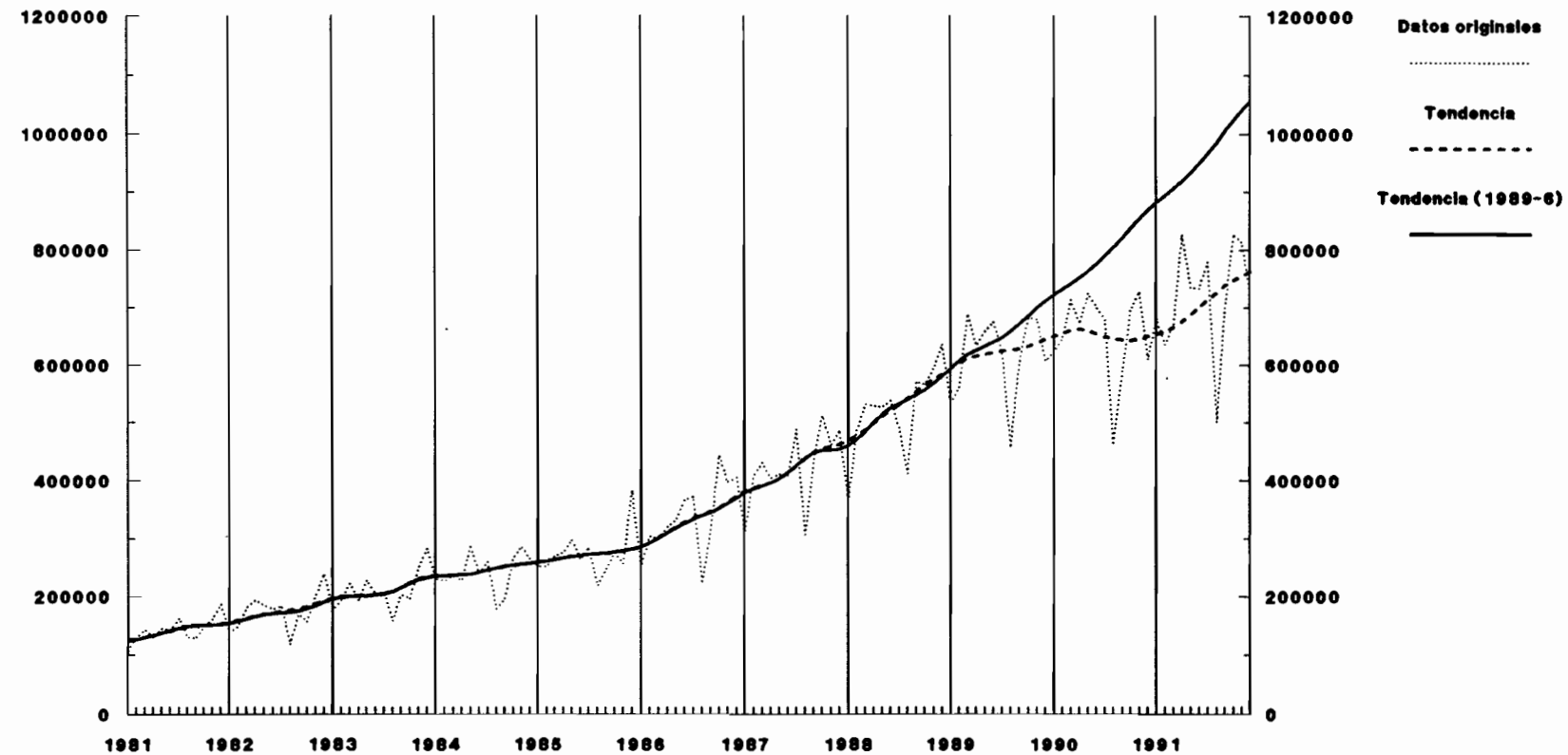


Gráfico 9

IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS



Si no existe una transformación de los datos de carácter determinista que iguale la dependencia temporal de los datos de la serie antes o inmediatamente después del punto de ruptura, se puede considerar que los efectos del factor de ruptura rompen la relación de los valores de la variable con las innovaciones pasadas (véase gráfico 9). Además, esto no es sólo porque se destruya el esquema en diferencias finitas estocásticas que regula la generación del proceso, sino también porque se provoca un cambio en cómo han de obtenerse las condiciones iniciales sobre las cuales opera el esquema de diferencias finitas a partir del punto de ruptura.

Así, en el supuesto de ruptura estocástica, una alternativa a modelos no lineales se puede obtener operando con modelos lineales para cada régimen, con lo que las innovaciones se incorporarán a  $X_t$ , para valores de  $t$  anteriores a  $t^*$ , de acuerdo con un esquema lineal  $E_0$ , y, para valores a partir de  $t^*$ , con otro esquema  $E_1$ . En consecuencia, si en el nuevo régimen, esquema lineal  $E_1$ , se quiere explicar el valor de  $X_{t^*}$  y observaciones inmediatamente posteriores, mediante innovaciones anteriores a  $t^*$ , se tiene que éstas no se pueden obtener, porque no existen datos de  $X$  anteriores a  $t^*$ , correspondientes al nuevo esquema lineal. En efecto, tales innovaciones no son las que se derivan del modelo inicial, aunque la estructura del nuevo modelo estocástico sea similar o incluso idéntica. Este modelo corresponde a un nuevo régimen (quizás con los mismos parámetros anteriores), por lo que sus condiciones iniciales son diferentes de las que se derivan del modelo del régimen anterior.

Para gran parte de efectos exógenos, la estructura estacional del proceso generador de los datos puede permanecer inalterada, y, dado que, en cualquier caso, en los momentos inmediatamente posteriores al punto de ruptura, no se tiene información suficiente para estimar la especificación de una nueva estructura estacional, en este trabajo se supondrá que ésta no se ve alterada por el factor exógeno.

La idea subyacente en este epígrafe descansa sobre la base de no mezclar la información contenida en un régimen con la que existe en otros períodos. En esta situación, se consideran conjuntamente los siguientes supuestos:

### **5.1 Estimación de la evolución subyacente: solución al problema de desplazamiento**

La extracción de señales mediante los procedimientos usuales (empiricistas o basados en modelos) cuando la serie original muestra comportamientos no lineales es deficiente. En efecto: teniendo en cuenta que, en procedimientos tales como el  $X-11$ -ARIMA, la serie ajustada de estacionalidad se obtiene después de aplicar sobre la serie original un filtro simétrico de medias móviles de 82,84 u 89 términos (Wallis (1974)), es evidente que, si no se tratan debidamente los efectos especiales, éstos se reflejarán en los componentes no observables con anterioridad al momento efectivo en que se producen (véanse gráficos 2 y 10).

No obstante, si el punto de cambio en el patrón evolutivo de la serie se encuentra suficientemente alejado del final del período muestral, una forma que con frecuencia resulta adecuada para tener en cuenta los acontecimientos especiales consiste en emplear el análisis de intervención, ya que el momento de cambio se recoge correctamente siguiendo las pautas de Hillmer, Bell y Tiao (1983), y la predicción al final de la muestra no se ve prácticamente afectada por este tratamiento determinista.

Ahora bien: si el punto de ruptura aparece próximo al final de la muestra, debido a los problemas de predicción existentes cuando se emplea el análisis de intervención, se propone realizar una aproximación lineal por tramos. Así, para resolver los problemas de extracción de señales, se puede dividir la serie en dos regímenes diferentes, de modo que se consideren dos submuestras distintas. La extracción de señales en el primer régimen ha de realizarse prolongando la serie con predicciones, utilizando la información disponible hasta la ruptura. En el segundo régimen, han de utilizarse tanto previsiones como retroprevisiones. Con este fin, si no hay datos suficientes en la segunda muestra para obtener una estimación razonable de un nuevo modelo, se empleará el modelo del régimen anterior. Esta forma de proceder garantiza que un régimen se contamine lo menos posible con la información contenida en el otro, y permite la utilización en cada una de las submuestras de los

S1, a partir de  $t^*$ , la estructura del nuevo modelo es la misma que en el período anterior, es decir, en nuestro caso, el modelo denominado de "líneas aéreas"<sup>(6)</sup>, y

S2, con la ruptura en  $t^*$ , las innovaciones del nuevo modelo anteriores a  $t^*$  no se corresponden con las que se estiman utilizando el modelo ARIMA generador de la muestra que acaba en  $(t^* - 1)$ .

Sobre la base de estos supuestos, el siguiente epígrafe desarrolla las propuestas que tratan de resolver los problemas que afectan a una variable cuando su evolución se ve alterada bruscamente.

## 5. LA APROXIMACIÓN LINEAL POR TRAMOS

Cuando existe un punto de ruptura, el análisis de coyuntura se ve afectado, como ya se ha señalado al comienzo del trabajo, en dos direcciones complementarias:

1.- las medidas de evolución subyacente obtenidas a partir de los procedimientos habituales sufren un adelantamiento de la ruptura, así como una suavización de la misma, y

2.- las medidas de crecimiento, debidamente centradas, presentan un perfil distorsionado alrededor del momento del cambio.

Esta sección presenta propuestas operativas que resuelvan los problemas anteriores, teniendo en cuenta que los enfoques no lineales son actualmente alternativas válidas sobre las que se puede basar un análisis de coyuntura sistemático y las soluciones deterministas producen predicciones sesgadas a medio plazo.

---

<sup>(6)</sup> El análisis del correlograma de los últimos residuos indica que, para las importaciones, el modelo no ha variado, aunque el valor del parámetro de la parte regular sea distinto del que se estimaba con la muestra hasta junio de 1989.

procedimientos habituales de extracción de señales, sin que se produzcan las distorsiones anteriormente señaladas<sup>(7)</sup>.

Sin embargo, la evolución tendencial de un régimen a otro no está clara, y falta, por tanto, determinar cómo se unen dichas tendencias. Es decir, se dispone de dos líneas de tendencia referidas a dos etapas distintas. La unión de las tendencias correspondientes a las distintas submuestras no es una solución generalmente satisfactoria, puesto que implica una caída brusca en el nivel de la serie (véase gráfico 11). Por este motivo, se hace preciso emplear alguna hipótesis sobre el comportamiento de la tendencia de la serie en un período transitorio.

Cuando el analista dispone de información sobre el paso de un régimen a otro, debe hacer uso de ésta para conseguir una caracterización más adecuada del fenómeno. Por el contrario, si no resulta posible determinar la ley de probabilidad que sigue el componente no observable en el momento de la ruptura, se puede, en cualquier caso, respetar la ecuación en diferencias finitas estocásticas, aunque se hayan visto alteradas las condiciones iniciales. El analista puede, entonces, estimar los valores iniciales de la tendencia estocástica de la segunda submuestra empleando resultados de interpolación óptima (Brubacher y Tunnicliffe-Wilson (1978)). En concreto, para calcular la esperanza condicionada de los valores ausentes<sup>(8)</sup> con respecto a los valores inicialmente estimados, se debe tener en cuenta que la tendencia de la serie (Hillmer y Tiao (1982)) sigue un proceso IMA (2,2), con lo que ésta adopta un comportamiento localmente lineal, aunque adaptando el nivel y el crecimiento a las observaciones disponibles. De esta manera, aunque se

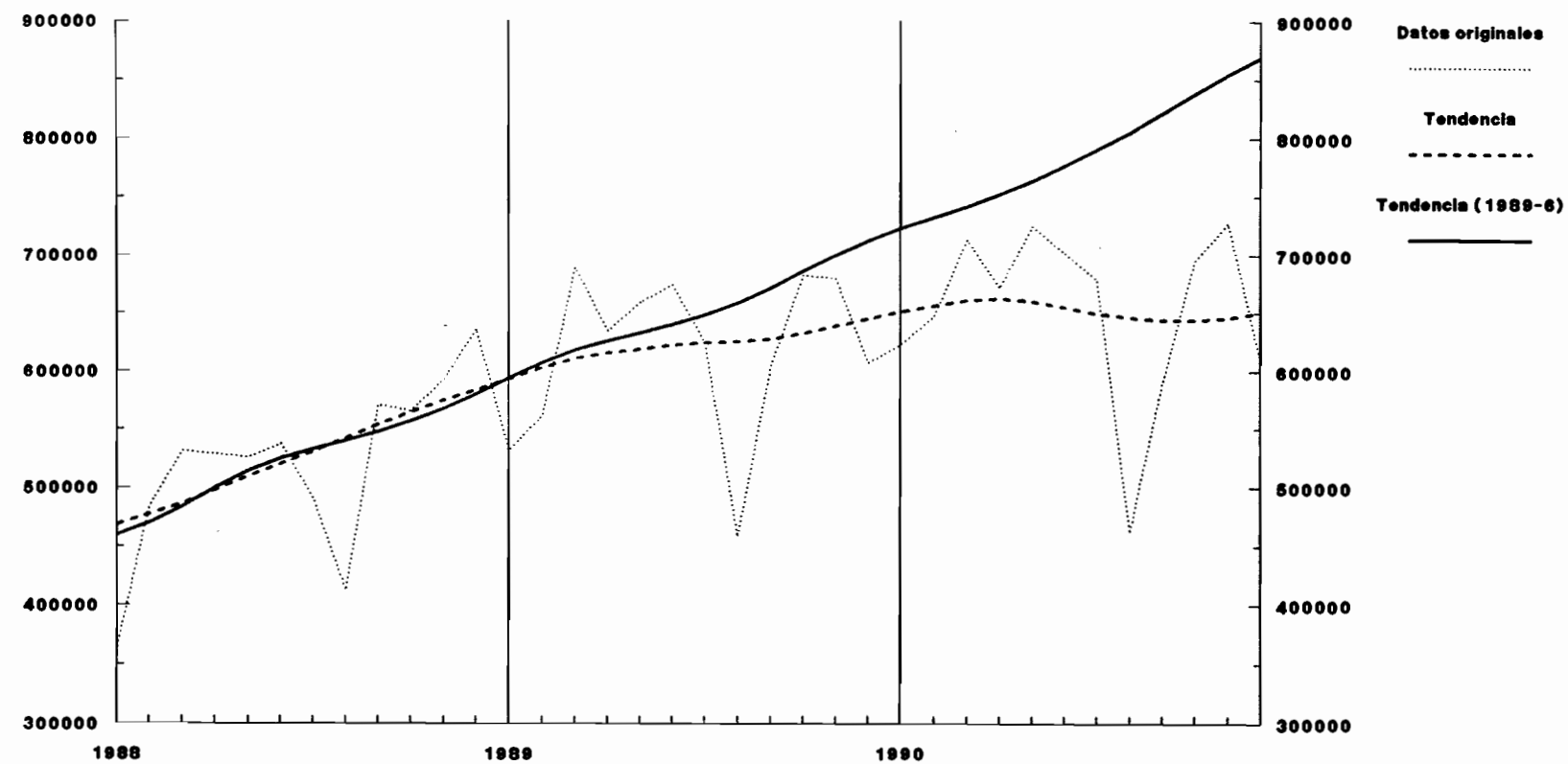
---

<sup>(7)</sup> Es conveniente advertir que, en la mayoría de los casos, la muestra correspondiente al segundo régimen no será suficientemente larga para poder extraer una tendencia, por lo que resulta imprescindible prolongar este período con retroprevisiones, como ha ocurrido en este caso.

<sup>(8)</sup> A falta de mayor información sobre la transición entre regímenes, el número de valores ausentes puede venir motivado por el análisis de la tendencia que incluye un elemento determinista. Nótese que el análisis de intervención resulta inadecuado para caracterizar el futuro, aunque es de utilidad en consideraciones locales.

Gráfico 10

IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS



haya producido una ruptura, no se ven alteradas localmente las propiedades estadísticas del fenómeno analizado.

Así, se puede obtener, tal y como se presenta en el gráfico 12, una línea de evolución firme en la que el cambio entre un régimen y otro se realice gradualmente.

El análisis de este gráfico nos permite subrayar las diferencias que existen entre la tendencia interpolada, la resultante en la hipótesis de linealidad (tendencia estable) y la estimada al considerar que el efecto exógeno queda modelizado mediante un esquema determinista. En el primer caso, el momento de la ruptura se recoge de manera adecuada, lo que facilita un análisis de coyuntura apropiado. En el segundo, se observa que la tendencia estable adelanta y suaviza el cambio, y, en el tercero, aunque el punto de cambio se capta correctamente, la evolución futura que supone la especificación determinista es poco probable.

## **5.2 Asignación correcta de fenómenos atípicos sobre el perfil de crecimiento**

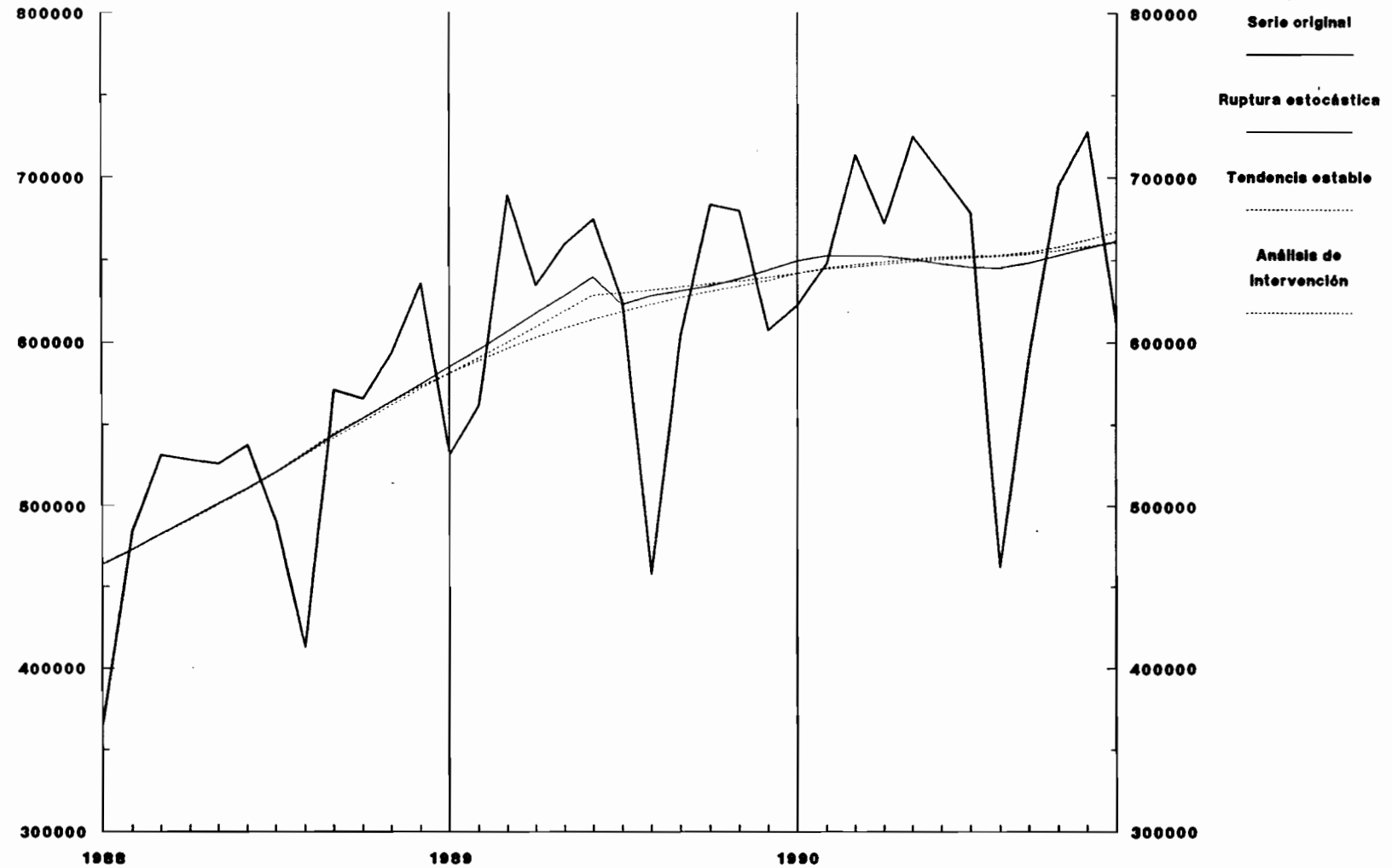
La propuesta de análisis que se considera en este trabajo con el objetivo de disponer de una estimación firme del ritmo de avance conduce a reconsiderar la caracterización del perfil de crecimiento de un fenómeno económico.

Como se discute en Espasa (1991), el perfil de crecimiento de un fenómeno que se observa mensualmente viene reflejado en la serie de crecimientos mensuales, aunque esta serie, en sí misma, suele oscilar enormemente, por lo que resulta de escasa utilidad como indicador.

Un buen indicador de crecimiento debe mostrar un perfil firme, libre de oscilaciones equívocas, y debe estar en fase con la serie de crecimientos mensuales de la serie original, es decir, los máximos y mínimos referentes a las tasas del indicador y de la serie original han de coincidir. Así, un indicador sólido del crecimiento de un fenómeno económico es la tasa anual centrada de su tendencia, que denominamos



# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS



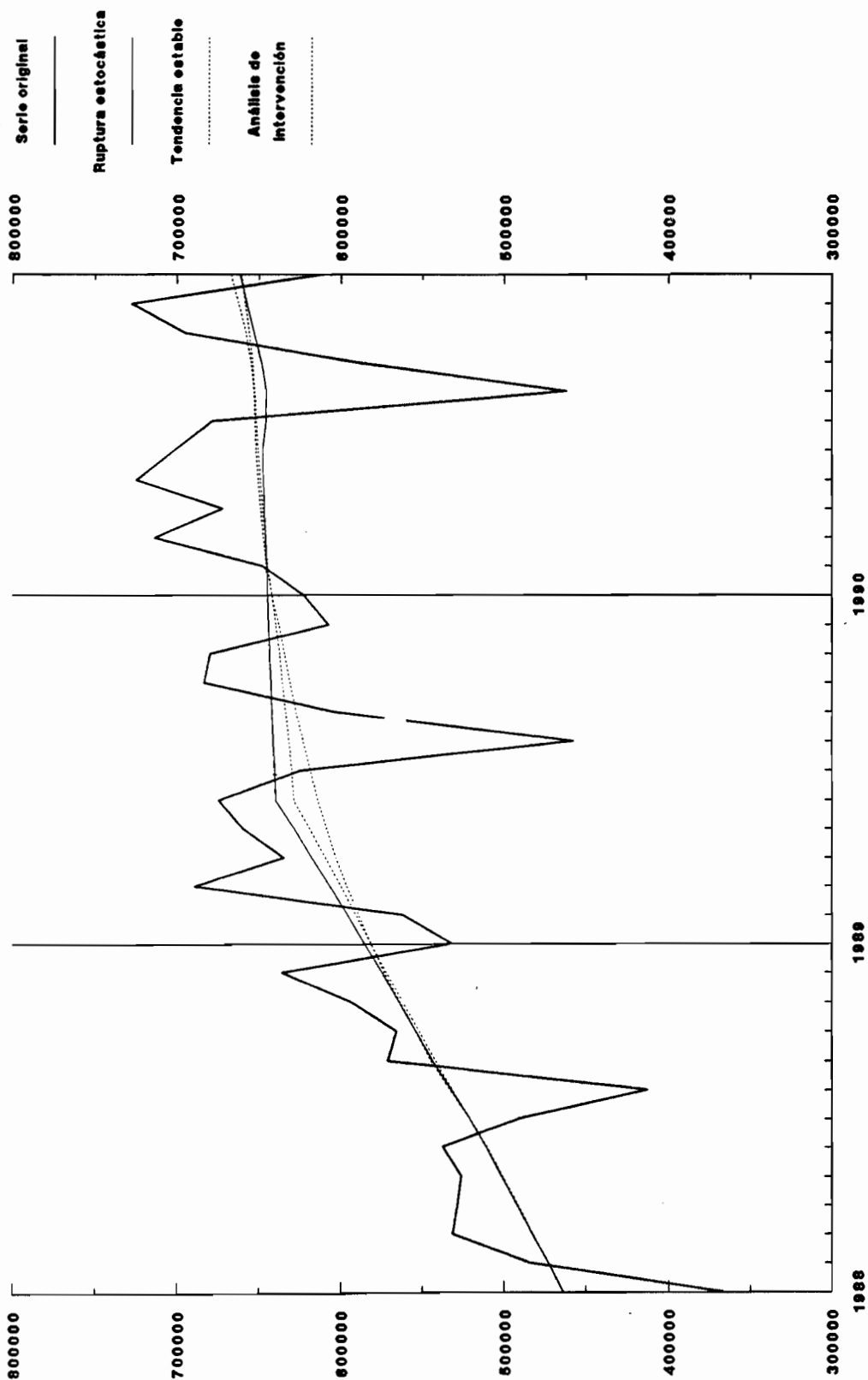
crecimiento subyacente. Sin embargo, en los períodos en que existe un cambio de comportamiento en la evolución de la serie, aunque la tendencia final se haya obtenido mediante la unión en  $t^*$  de las tendencias correspondientes a cada una de las submuestras, cualquier tasa de crecimiento, debidamente centrada, que deba utilizar medias móviles para su construcción, tenderá a suavizar y a desplazar hacia períodos anteriores los efectos de dicha ruptura.

Esta idea se confirma al analizar el gráfico 6, en donde las diferentes líneas ofrecen las sendas de crecimiento subyacente estimadas en momentos distintos a partir de junio de 1989. Para simplificar el gráfico, sólo se muestran cuatro líneas, pero se representa mediante puntos el crecimiento subyacente correspondiente a todos los meses de 1989 y 1990, que se estimaba con información hasta el mes en cuestión. Así, se aprecia que la línea correspondiente en junio de 1989 no está afectada por la ruptura posterior, y señala un crecimiento bastante estable en 1988 y el primer semestre de 1989. Sin embargo, las líneas posteriores están contaminadas por el cambio y señalan una desaceleración del crecimiento desde mediados de 1988.

Este problema puede resolverse tanto si se ha adoptado un esquema de análisis de intervención, como si la solución a la que se llega está basada en el supuesto de que, después del cambio, las submuestras no son homogéneas, si bien las soluciones son diferentes. A este respecto, conviene señalar que, dada la forma habitual de cálculo del crecimiento subyacente, se obtiene que, para series sin rupturas, la secuencia de los crecimientos subyacentes correspondientes a los meses de enero estará muy próxima a la senda de crecimientos de la serie anual de los datos originales. Sin embargo, cuando la serie muestra rupturas, éstas deben tenerse en cuenta en el cálculo mensual del crecimiento subyacente, para asignarlas en el momento correcto y no antes. Con ello, los valores en los meses de enero del crecimiento subyacente en los años afectados por rupturas pueden ser sustancialmente diferentes de los correspondientes crecimientos de los datos anuales originales. Obsérvese que este último crecimiento puede ser confuso, pues pretende reflejar en una cifra una característica de crecimiento anual que se ve muy afectada por un

# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS

Gráfico 12



hubiese análisis de intervención, asignaríamos las  $T_{12}^1$  a la observación  $t$  para que dicha tasa estuviese en fase con los crecimientos mensuales. Por tanto, en (2) asignaremos  $T_{12}^1(TT)$  y  $T_{12}^1(T)$  a  $t$  y las denominaremos  $T_{12}^1(TT)_t^c$  y  $T_{12}^1(T)_t^c$ .

La intervención debe asignarse en el momento en que se produce. Por lo tanto, en  $t$  habrá que asignarle  $(AI_t - AI_{t-12})/AI_{t-12}$ , que denominaremos  $T_{12}^1(AI)_t^F$ , con lo que la tasa interanual de la tendencia total, debidamente centrada, se puede aproximar por la siguiente expresión tomada de Espasa y Cancelo (1992):

$$T_{12}^1(T)_t^c + \frac{T_{t+6}}{T_{t-6}} T_{12}^1(AI)_t^F. \quad (3)$$

Alternativamente, cuando la existencia de un punto de ruptura no se capta mediante variables deterministas, sino analizando cada una de las submuestras, la asignación correcta del mencionado cambio sobre el perfil de crecimiento debe realizarse mediante la unión de las sendas de las tasas de crecimiento anual, siempre debidamente centradas, de las tendencias correspondientes a cada una de las submuestras. Para ello, téngase en cuenta que una tasa de crecimiento anual centrada en  $t$  compara un nivel ( $N$ ) que se obtiene utilizando información posterior a  $t$ , con un nivel ( $D$ ) correspondiente a información anterior a  $t$ . Así, si se denomina  $\tau_t$  a dicha tasa, se tiene que:

$$1 + \tau_t = \frac{N \text{ (incluye información posterior a } t)}{D \text{ (incluye información anterior a } t)} - 1 \quad (1)$$

En consecuencia, la tasa  $\tau_t$  se calculará hasta  $(t^*-1)$  de acuerdo con (1), pero sin incluir nunca en  $N$  valores observados posteriores a  $(t^*-1)$ . En vez de observaciones, se utilizarán predicciones. A partir de  $t^*$ , se aplicará (1), utilizando para  $N$  las observaciones disponibles y las predicciones necesarias para completar el cálculo, y para  $D$ , las observaciones correspondientes. El resultado final al que se llega, en el

acontecimiento con una aparición puntual en el tiempo que cambia el régimen de crecimiento.

En el primer caso, cuando el cambio de nivel en  $x_t$  se capta mediante un esquema determinista, la imputación correcta de los efectos de la ruptura ha de hacerse sobre la tasa de crecimiento de una señal, y correspondiente a una serie depurada de la ruptura, como se indica en Espasa *et al.* (1987). En efecto: supóngase que una serie mensual  $x_t$  ha sido tratada mediante un análisis de intervención en  $t^*$  ( $AI_t$ ) para corregir el efecto de un cambio de la tasa de crecimiento. Además, se ha estimado la tendencia estocástica ( $T_t$ ) de la serie original prolongada con predicciones y corregida de los componentes deterministas. Si se desea obtener el crecimiento subyacente de  $x_t$ , se deberá -véase Espasa y Cancelo (1992)- calcular la tasa de crecimiento  $T_{12}^1$  centrada de la tendencia estocástica, y a esta tasa se le imputará el efecto, expresado en tasa de crecimiento mediante una  $T_{12}^1$  sin centrar, del componente determinista.

Así, si  $TT$ ,  $T$  y  $A$  son la tendencia total, la estocástica y el componente debido al análisis de intervención, entre ellas se cumple que:<sup>(9)</sup>

$$TT_t = T_t \cdot AI_t, \quad (1)$$

de modo que

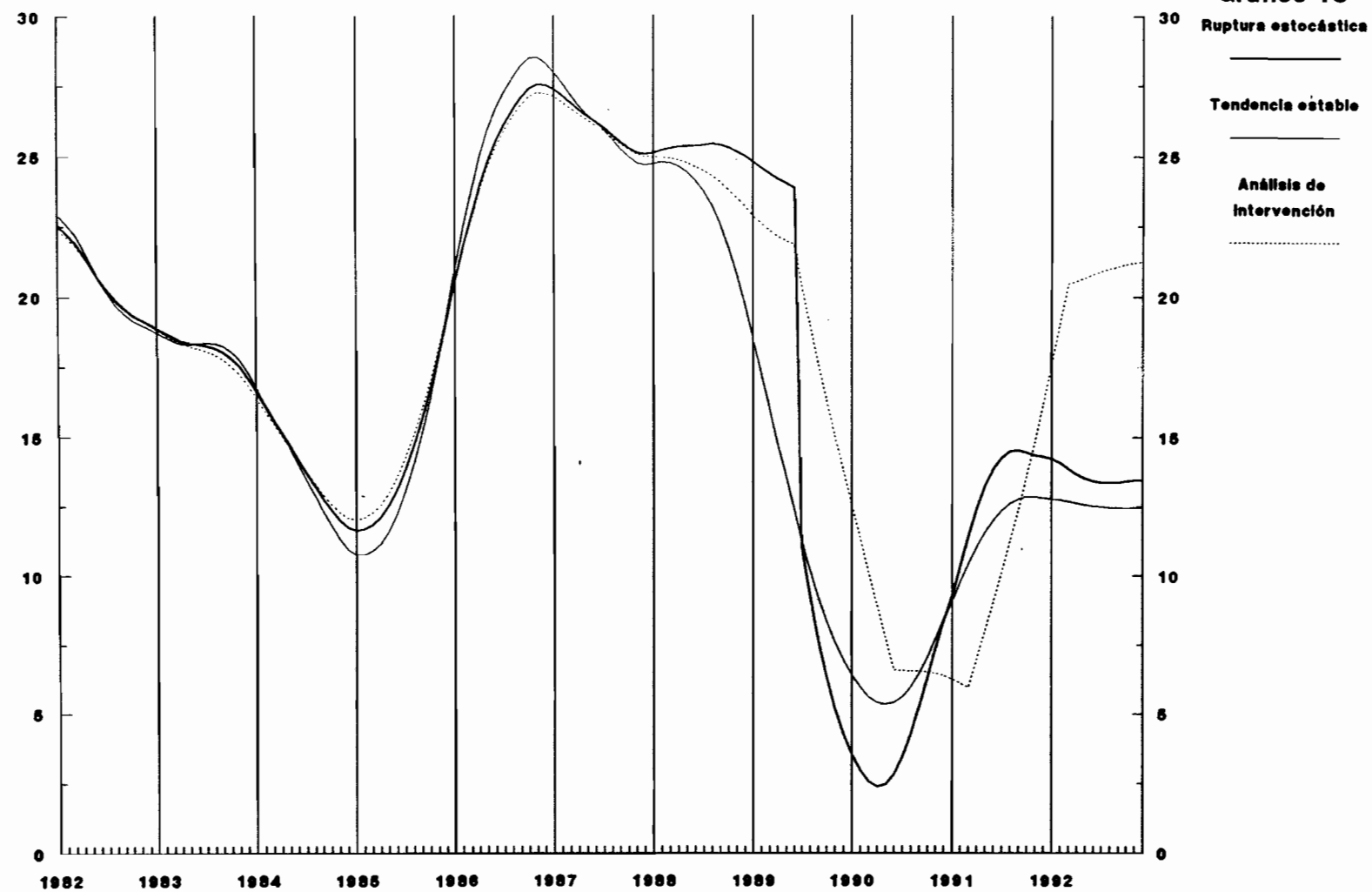
$$\frac{TT_{t+6} - TT_{t-6}}{TT_{t-6}} = \frac{T_{t+6} - T_{t-6}}{T_{t-6}} + \frac{T_{t+6}}{T_{t-6}} \frac{AI_{t+6} - AI_{t-6}}{AI_{t-6}} \quad (2)$$

Ahora, lo que falta es asignar los crecimientos en (2) a un momento concreto del tiempo. Si  $AI$  fuese la unidad, es decir, si no

---

<sup>(9)</sup> Esta relación multiplicativa es la más habitual en series económicas, pero de forma análoga podría tratarse el caso en que la relación es aditiva.

# IMPORTACIONES TOTALES NO ENERGETICAS



caso de las importaciones no energéticas, se refleja en la línea 3 del gráfico 13.

El diagnóstico que se deriva de dicho gráfico -realizado con datos hasta febrero de 1992- indica que, tras una etapa de crecimiento acelerado desde mediados de 1985, se alcanza, a finales de 1986, un máximo que se mantiene, relativamente estable alrededor del 25%, durante los años siguientes, hasta mediados de 1989, momento en el que la serie se ve afectada por un cambio brusco en su tasa de crecimiento, lo que supone una situación de crecimiento desacelerado desde ese momento hasta mediados de 1990, recuperándose, posteriormente, hasta alcanzar una tasa de crecimiento cercana al 15%.

## **6. TRIMESTRALIZACIÓN DE LAS IMPORTACIONES NO ENERGÉTICAS**

El objetivo de este apartado es el de presentar las consecuencias que tiene el empleo de diferentes tendencias como indicadores en el proceso de trimestralización de las estimaciones anuales de la Contabilidad Nacional. En particular, se comparan los resultados a los que se llega según se utilice la tendencia basada en la hipótesis de interpolación óptima o la tendencia estable que se estima si se considera que la hipótesis de linealidad no se ha visto alterada.

La elección del indicador o indicadores pertinentes cuando se desea interpolar trimestralmente una magnitud de la Contabilidad Nacional anual debe basarse en consideraciones teóricas. Sin embargo, la información mensual disponible sobre el comercio de bienes y servicios con el exterior aproxima con enorme precisión las magnitudes correspondientes de la Contabilidad Nacional Anual. En el caso concreto de las cifras sobre importaciones de productos no energéticos que publica la Dirección General de Aduanas, éstas se corresponden prácticamente con las estimadas por el Instituto Nacional de Estadística. No obstante, conviene recordar que las cifras de Aduanas infravaloran las de la Contabilidad Nacional Anual, dado que ésta última incluye, además, las importaciones de armamento militar, así como otras partidas de escasa

Con anterioridad, se expuso que la aplicación directa de los procedimientos habituales de extracción de señales, cuando las series presentan acontecimientos especiales que truncan su evolución tendencial, distorsionaba el perfil de la señal estimada, adelantando y diluyendo las rupturas. Por esta razón, en el gráfico 14, si analizamos la tasa intertrimestral correspondiente a la tendencia estable, se obtiene la impresión errónea de que la desaceleración de las importaciones en términos corrientes comienza a partir del tercer trimestre de 1988 y no alcanza un fondo hasta el tercer trimestre de 1990. Sin embargo, si examinamos las líneas que recogen adecuadamente la evolución de la serie en el entorno de la ruptura, observamos que éstas registran con exactitud tanto el momento de la desaceleración brusca como el período en el que se alcanza el suelo.



relevancia. De hecho, en la década de los ochenta, la divergencia entre las cifras de Aduanas y las del INE se ha situado entre el 2% y el 4%<sup>(10)</sup>.

Puesto que el interés de la estimación de cifras de nivel y crecimiento de las cifras trimestrales se centraba en la evolución subyacente, en este epígrafe se ha empleado como indicador la tendencia de las importaciones no energéticas, en los diferentes supuestos contemplados. Por otro lado, la previsión para 1992 sobre el crecimiento nominal anual en términos de Contabilidad Nacional corresponde a la estimación realizada en el Servicio de Estudios del Banco de España.

La obtención de series trimestrales supone escoger un método concreto de estimación. Los múltiples métodos que existen<sup>(11)</sup> y que consideran la información contenida en otras series se basan en la estimación de una relación econométrica entre las cifras anuales que se desea desagregar y los totales anuales de los indicadores considerados. Esta relación permite obtener los valores trimestrales de la magnitud anual que se quiere desagregar, aplicando la regresión obtenida a los indicadores. Sin embargo, esta forma de proceder exige realizar ciertos ajustes, que diferirán según la estructura dinámica del término de error, para garantizar que las cifras anuales coincidan con la suma de las cifras trimestrales de la magnitud desagregada. En este epígrafe se ha empleado el ajuste multiplicativo del procedimiento propuesto por Denton (1971), el cual supone implícitamente que existe una elasticidad unitaria entre las cifras anuales de los indicadores y de la magnitud que se ha de desagregar. De hecho, tal y como se ha comentado antes, las cifras de Aduanas suponen, prácticamente, en el caso de las importaciones no energéticas, una medición mensual de las magnitudes de Contabilidad

---

<sup>(10)</sup> Como es bien sabido, la Contabilidad Nacional de España no publica ninguna desagregación del comercio de bienes. Por esta razón, en este apartado se han empleado las estimaciones anuales sobre importaciones no energéticas que se realizan en el Servicio de Estudios del Banco de España.

<sup>(11)</sup> Una revisión todavía útil, a pesar de no recoger los últimos desarrollos sobre métodos de desagregación temporal, es la de Sanz(1982).

## A P E N D I C E 1

### RELACION ENTRE LA INERCIA Y LA SUMA ACUMULADA DE RESIDUOS: EL CASO DE UN MODELO DE LINEAS AEREAS

En el análisis de coyuntura, es corriente centrar la atención sobre una línea de evolución firme. En el pasado, se han empleado métodos empíricos como el X-11 del Bureau of the Census (Shiskin, Young y Musgrave, 1967) para determinar las series desestacionalizadas o tendencias como señales de interés. Más recientemente, han aparecido métodos de extracción de señales basados en modelos ARIMA (Burman, 1980, Hillmer y Tiao, 1982) que resuelven el problema de identificación empleando el requisito canónico. Además, siguiendo los desarrollos de Box y Jenkins (1970), ha aparecido un cierto número de trabajos (Box y Pierce, 1981; Box, Pierce y Newbold, 1987) en los que se descompone la función de predicción de un modelo ARIMA en sus dos componentes permanente y transitorio, por lo que se ha obtenido un conocimiento adicional sobre la interpretación de modelos ARIMA en términos de los componentes clásicos de una serie: tendencia-ciclo, estacional e irregular. Este conocimiento permite definir una tendencia contemporánea como el componente de la función de predicción formado por una combinación lineal de las raíces del operador autorregresivo que se asocian a la tendencia.

Un modelo que se emplea con mucha frecuencia en el análisis de series temporales económicas es el denominado modelo de las líneas aéreas.

$$(1-B)(1-B^{12}) X_T = (1-\Theta_1 B)(1-\Theta_{12} B^{12}) a_T \quad (1)$$

Se puede demostrar que, para este tipo de series, la función de predicción se puede escribir como

$$\hat{X}_T^{(k)} = \beta_0^{(T)} + \beta_1^{(T)} h + S_k^{(T)} \quad (2)$$

donde aparecen 14 parámetros (obsérvese que los coeficientes estacionales previstos  $\sum S_k^{(T)} = 0$ )

Esta ecuación se puede reescribir como

$$\hat{X}_T(h) = T_T(h) + S_T(h) \quad (3)$$

donde la tendencia  $T_T(h)$  es una línea recta con ordenada en el origen y pendiente cambiante con las observaciones

$$T_T(h) = \beta_0^{(T)} + \beta_1^{(T)}h \quad (4)$$

Por otro lado, la predicción óptima del componente irregular es nula.

Parece, pues, importante obtener la forma de los parámetros  $\beta_0^{(T)}$ ,  $\beta_1^{(T)}$ , y los coeficientes estacionales. Box, Pierce y Newbold (1987) presentan tres formas alternativas de obtenerlos:

1. en función de las predicciones iniciales,
2. en función de las observaciones pasadas y presentes, y
3. de manera recursiva.

Esta última forma es especialmente importante, si deseamos relacionar la pendiente de la tendencia con la suma acumulada de residuos. Esta pendiente es un estimador de la tasa de cambio de una serie, y, por tanto, nos proporciona un perfil adecuado sobre la velocidad de avance subyacente.

Las predicciones se pueden actualizar cada vez que llega un nuevo dato. Teniendo en cuenta que

$$\hat{X}_{T+1}(h) = \hat{X}_T(h) + \psi_1 a_{T+h} \quad (6)$$

donde  $\psi_h$  es el término  $h$ -ésimo de la serie expresada en forma de media móvil y  $a_{T+h}$  es el error de predecir  $X_{T+h}$  con origen en  $T$ .

Para un modelo de líneas aéreas, se puede ver que

$$\psi_h = \psi_{12r+m} = (1-\Theta_1)(1+r(1-\Theta_{12})) + \delta_{12m} (1-\Theta_{12}) \quad (7)$$

donde  $\delta_{12m} = 1$  si  $m = 12$ , y, 0 en otro caso, será igual a cero;  $r$  indica el año.

Se puede demostrar que

$$\beta_1^{(T+1)} = \beta_1^{(T)} + \frac{(1-\Theta_1)(1-\Theta_{12})}{12} a_{T+1} \quad (8)$$

$$\beta_0^{(T+1)} = \beta_0^{(T)} + \beta_1^{(T)} + \left[ (1-\Theta_1) \left( 1 - \frac{13}{24} (1-\Theta_{12}) \right) + \frac{(1-\Theta_{12})}{24} \right] a_{T+1} \quad (9)$$

por lo que observamos que tanto el nivel  $\beta_0^{(1)}$  como el crecimiento  $\beta_1^{(1)}$  se adaptan en cada período para recoger las sorpresas existentes. Innovaciones positivas conducen a un aumento de los términos de nivel y crecimiento, y lo contrario sucede con las innovaciones negativas.

Podemos escribir (8) y (9) como:

$$\beta_1^{(T+1)} = \beta_1^{(T)} + K_1 a_{T+1} \quad (10)$$

$$\beta_0^{(T+1)} = \beta_0^{(T)} + \beta_1^{(T)} + K_0 a_{T+1} \quad (11)$$

que son dos ecuaciones en diferencias finitas. Si sustituimos repetidamente se obtiene que:

$$\beta_1^{(T+1)} = \beta_1^{(0)} + K_1 \sum_{i=0}^T a_{T+1-i} \quad (12)$$

Si analizamos la expresión (12) se puede observar que, conocido un crecimiento inicial  $\beta_1^{(0)}$  la suma acumulada de residuos nos permite obtener

$$\beta_0^{(T+1)} = \beta_0^{(0)} + \sum_{i=0}^T \beta_1^{(T+1-i)} + K_0 \sum_{i=0}^T a_{T+1-i} \quad (13)$$

la pendiente de la función de predicción asociadas a cada momento del tiempo, a través de la siguiente relación: .

$$\beta_1^{(T+1)} = \beta_{(1)}^{(0)} + K_1 \text{CUSUM}_{T+1}$$

## APENDICE 2

### PROCEDIMIENTO DE BOX Y TIAO

Box y Tiao (1976) proponen un procedimiento para descomponer en diversos componentes los posibles cambios en la estructura estocástica de una serie temporal. Este procedimiento está relacionado con el seguimiento recursivo de los errores de predicción como modo para detectar posibles cambios en la realidad y, por tanto, en el proceso generador de los datos. El método es de potencial aplicación en problemas de política económica, ya que resulta crucial determinar si acciones concretas están teniendo el efecto deseado tan pronto como sea posible.

El punto de partida del procedimiento es un modelo ARIMA univariante ampliado con análisis de intervención. Para determinar la causa de la discrepancia entre las predicciones y la realidad, se consideran posibilidades como:

1. cambio en el nivel de la serie  $Z$  y
2. modificación de algún parámetro estocástico del modelo  $\{\Theta_1\}$ .

Si la estructura estocástica de la variable queda captada de manera adecuada por un modelo ARIMA con análisis de intervención, siempre podemos escribir el modelo en forma autorregresiva:

$$a_1 = \pi(L) \left( X_t - \sum_{j=1}^k \beta_j Z_{j1} \right)$$

donde  $\pi(L) = \frac{\Theta_p(L) \nabla^d}{\Theta(L)}$  es una serie convergente si el modelo es invertible, y en la que

$\beta_j$  son parámetros y

$X_{jr}$  son variables indicador (impulsos, escalones, tendencias, efecto Pascua, etc).

Supongamos que, con anterioridad al cambio,  $\pi(L) = \pi_0(L)$  y que los parámetros tomaban los valores  $\theta_{10}, \dots, \theta_{r0}$ . Supongamos que las innovaciones correspondientes a este tipo de parámetros son  $a_{0,1}, \dots, a_{0,m}$ . Entonces, si efectuamos un desarrollo en serie de Taylor en torno a los valores iniciales, tenemos que

$$a_{0,1} = \sum_{j=1}^k \beta_j X_{j1}^* + \sum_{i=1}^r (\theta_i - \theta_{i0}) W_{i1} + a_1 \quad (2)$$

donde  $X_{j1}^* = \pi_0(L) X_{j1}$

$$\text{y } W_{i1} = - \left. \frac{\partial a_1}{\partial \theta_i} \right|_0$$

La obtención de las series  $X_{j1}^* = \frac{\theta_p^0(L) \Delta^d}{\theta^0(L)} X_{j1}$  es inmediata, ya que sólo es preciso filtrar las variables <sup>q</sup> indicador por el modelo univariante válido antes del cambio.

Una vez que obtenemos las expresiones analíticas de las derivadas parciales, la construcción de las series  $v_{i1} = -\partial a_1 / \partial \theta_i|_0$  es inmediata y sólo queda por realizar la regresión de (2).

A continuación, se obtienen las expresiones analíticas de las derivadas parciales para un modelo de líneas aéreas, dado que esta estructura es la que caracteriza las importaciones no energéticas españolas para obtener los cambios en los parámetros  $(\theta_i - \theta_{i0})$ .

Así, partiendo del modelo:

$$\Delta \Delta_{12} Z_t = (1 - \theta_1 L) (1 - \theta_{12} L^{12}) a_t, \text{ y}$$

se demuestra que

$$\frac{\partial a_t}{\partial \Theta_1} = \frac{a_{t-1}}{1 - \Theta_1 L}$$

$$\frac{\partial a_t}{\partial \Theta_{12}} = \frac{a_{t-12}}{1 - \Theta_{12} L^{12}}$$



## BIBLIOGRAFIA

BOX, G.E.P. y JENKINS, G.M. (1970). "Time Series Analysis, Forecasting and Control". San Francisco, Holden-Day (Revised Ed. 1976).

BOX, G.E.P. y TIAO, G.C. (1976). "Comparison of Forecast and Actuality", Applied Statistics, pp. 195-200.

BOX, G.E.P. y PIERCE, D.A. (1981). "Estimating Current Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series". Special Studies Paper. Number 156. Division of Research and Statistics, Federal Reserve Board.

BOX, G.E.P., PIERCE, D.A. y NEWBOLD, P. (1987). "Estimating Trend and Growth Rates in Seasonal Time Series". Journal of the American Statistical Association, 82, pp. 276-282.

BROWN, R.L., DURBIN, J. y EVANS, J.M. (1975). "Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time". Journal of the Royal Statistical Society, Ser B, vol. 37, pp. 149-192.

BRUBACHER, S.R. y TUNNICLIFFE-WILSON, G. (1976). "Interpolating Time Series with Application to the Estimation of Holiday Effects on Electricity Demand". Applied Statistics, pp. 107-116.

BURMAN, J.P. (1980). "Seasonal Adjustment by Signal Extraction". Journal of the Royal Statistical Society, Ser. A., 143, pp. 321-337.

BURRIDGE, P. y WALLIS, K.F. (1984). "Unobserved-Components Models for Seasonal Adjustment Filters". Journal of Business and Economic Statistics, 2, pp. 350-359.

CLEVELAND, W.S. y TIAO, G.C. (1976). "Decomposition of Seasonal Time Series: A Model for the Census X-11 Program". Journal of the American Statistical Association, 7, n. 355, pp. 581-587.

DENTON, F.T. (1971). "Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization". Journal of the American Statistical Association, pp. 99-102.

ESPASA, A., MANZANO, M.C., MATEA, M.LI. y CATASUS, V. (1987). "La inflación subyacente en la economía española: estimación y metodología". Boletín Económico, Banco de España, marzo, pp. 32-51.

ESPASA, A. (1990). "Metodología para realizar el análisis de coyuntura de un fenómeno económico". Documento de Trabajo, Banco de España, n. 9003.

ESPASA, A. (1991). "El perfil de crecimiento de un fenómeno económico". Estadística Española, Vol. 33, n. 126, pp. 57-71.

ESPASA, A., y CANCELO, J.R. (1992). "Métodos Cuantitativos para el Análisis de Coyuntura". Alianza Universidad. Próxima publicación.

GRANGER, C.W.S. y TERASVIRTA, T. (1992). Modelling Dynamic Non-Linear Relationships. Próxima publicación.

HILLMER, S.C. y TIAO, G.C. (1982). "ARIMA-Model-Based Seasonal Adjustment". Journal of the American Statistical Association, 77, pp. 63-70.

HILLMER, S.C., BELL, W.R. y TIAO, G.C. (1983). "Modeling Considerations in the Seasonal Adjustment of Economic Time Series". En Applied Time Series Analysis of Economic Data. Ed. A. Zellner. Washington, D.C. U.S. Dept. of Commerce. Bureau of the Census.

MARAVALL, A. (1983). "An Application of Nonlinear Time Series Forecasting". Journal of Business and Economic Statistics, 1, pp. 66-74.

MARAVALL, A. (1987). "Descomposición de series temporales: especificación, estimación e inferencia (con una aplicación a la oferta monetaria en España)". Estadística española. 114, pp. 11-69.

SANZ, R. (1982). "Métodos de desagregación temporal de series económicas". Estudios Económicos, Banco de España. Servicio de Estudios, n. 22.

SHISKIN, J., YOUNG, A.H. y MUSGRAVE, J.C. (1967). "The X-11 Variant of the Census Method-II Adjustment Program". Technical Paper 15. Washington D.C. US. Bureau of the Census.

TONG, H. (1983). "Threshold Models in Non-Linear Time Series Analysis". Springer Verlag, New York.

TONG, H. (1990). "Non-Linear Time Series. A Dynamical System Approach". Oxford, Oxford University Press.

WALLIS, K.F. (1974). "Seasonal Adjustment and Relations Between Variables". Journal of the American Statistical Association, 69, pp. 18-32.